



مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: -

تاریخ برگزاری:

مرکز مشاوره قلم چی

تشریحی قلم چی ۱۳۹۶ دشوار

بارم: ۱.۵

- ۱ الف) نمودار تابع $y = x[x] - 1$ را در بازه $[-2, 1]$ رسم کنید.
ب) برد این تابع را بنویسید. ([] نماد جزء صحیح است)

تشریحی ۱۳۹۷ متوسط

- ۲ تابع $f(x) = 3x + 2$ با دامنه $[-1, 2]$ مفروض است. اگر برد تابع f دامنه تابع $g(x) = \frac{x-1}{2}$ باشد، بزرگترین عضو صحیح برد تابع g کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

بارم: ۱

- ۳ در کدام رابطه y تابعی بر حسب x است؟

تشریحی قلم چی ۱۳۹۶ متوسط

بارم: ۰.۷۵

- ۴ آیا توابع $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$ و $g(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x-1}$ مساویند؟ چرا؟

تشریحی ۱۳۹۷ ساده

بارم: ۱

- ۵ اگر دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ مساوی باشند، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - a}{x - 3} & ; x \neq 3 \\ bx - 6 & ; x = 3 \end{cases}, g(x) = 2x + b$$

تشریحی ۱۳۹۷ متوسط

بارم: ۱

- ۶ چه تعداد تابع مانند f از مجموعه $A = \{a, b, c, d\}$ به مجموعه $B = \{e, f, c\}$ وجود دارد به شرطی که $f(b) \neq c$ و $f(a) = e$ باشد؟

تشریحی ۱۳۹۶ دشوار

بارم: ۱

- ۷ اگر برد تابع $f(x) = x + \frac{x}{|x|}$ را مجموعه A و برد تابع $g(x) = x^2 - 6x$ را B در نظر بگیریم، در این صورت مجموعه $B - A$ شامل چند عدد صحیح است؟

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

بارم: ۱

- ۸ اگر $x = -2$ یکی از صفرهای تابع $y = x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x + m$ باشد، این تابع در کل چند صفر دارد؟

تشریحی قلم چی ۱۳۹۷ متوسط

بارم: ۲

- ۹ اگر دو تابع $f(x) = \frac{ax^3 + b}{2x^3 - c}$ و $g(x) = \frac{g(x) = 2}{D_g = R - \{-1\}}$ با هم مساوی باشند، مقادیر a, b, c را تعیین نمایید..

تشریحی ۱۳۹۷ متوسط

بارم: ۱

- ۱۰ به ازای چه مقداری از a دو تابع زیر با هم مساویند؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1} & ; x \neq -1 \\ 3a + 7 & ; x = -1 \end{cases} \text{ و } g(x) = x + 2$$

۱۱

تشریحی ۱۳۹۷ ساده

ماشین f به عنوان ورودی، عددی حقیقی را قبول و آن را a برابر کرده و سپس b واحد به آن اضافه می‌کند. اگر به ازای اعداد -۲ و ۳ به ترتیب خروجی‌های ۱ و ۱۱ را بدهد، ab کدام است؟
بارم: ۱

۱۲

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۶ متوسط

نموداری رسم کنید که از نقاط $A(۱,-۱)$ و $B(۰,۲)$ بگذرد ولی نمودار یک تابع نباشد. چه تعداد از این نمودارها را می‌توان رسم کرد؟
بارم: ۰.۵

۱۳

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

چند تابع از مجموعه $A = \{۱, ۲, ۳\}$ به مجموعه $B = \{۳, ۴, ۵\}$ می‌توان تعریف کرد به طوری که به هیچ عضوی از A ، عضو برابرش را نسبت ندهیم؟
بارم: ۱

۱۴

تشریحی ۱۳۹۶ متوسط

چه تعداد از جملات زیر درست هستند؟
الف) اگر دامنه دو تابع با هم برابر و برد آن‌ها نیز با یکدیگر برابر باشند، دو تابع برابرند.
ب) برد و هم‌دامنه تابع می‌توانند یکی باشند.
پ) هم‌دامنه تابع زیرمجموعه‌ای از برد آن است.
ت) بی‌شمار تابع وجود دارد که دامنه آن بازه $(۲, -۲)$ و برد آن $(۴, ۰)$ است.

۱۵

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۶ متوسط

دامنه توابع زیر را بیابید.

بارم: ۱.۵

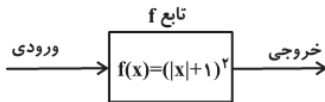
$$\text{الف) } f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$$

$$\text{ب) } g(x) = \frac{x-1}{(x+2)(1-x)}$$

۱۶

تشریحی ۱۳۹۶ ساده

به‌ازای کدام ورودی، خروجی ماشین شکل زیر برابر ۲ است؟
بارم: ۱



۱۷

تشریحی ۱۳۹۷ دشوار

چند تابع از مجموعه $A = \{a, b, c\}$ به $B = \{m, n, p, q\}$ می‌توان نوشت به طوری که تعداد اعضای دامنه و برد آن برابر باشد؟
بارم: ۱

۱۸

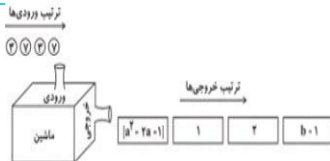
تشریحی ۱۳۹۷ دشوار

چند تابع از مجموعه $A = \{a, b, c, d\}$ به مجموعه $B = \{e, f, g\}$ وجود دارد به طوری که شامل زوج مرتب (a, e) باشد؟
بارم: ۱

۱۹

تشریحی ۱۳۹۷ متوسط

شکل زیر، نشانگر یک ماشین است که ورودی‌هایی را تحویل گرفته و متنازماً خروجی‌هایی را تحویل داده است. اگر این ماشین یک تابع باشد، حداکثر مقدار ممکن برای ab کدام است؟



۲۰

تشریحی ۱۳۹۹ ساده

از مجموعه $A = \{a, b, c\}$ به مجموعه $B = \{۱, ۲\}$ چند تابع می‌توان نوشت به طوری که شامل $(a, ۱)$ باشد؟
بارم: ۱

(۲۱)

تشریحی ۱۳۹۳ دشوار

مجموعه‌ی جواب معادله‌ی $\left(\frac{1}{\lambda}\right)^{[x]} = 4^{1-[x]}$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است).

بارم: ۱

(۲۲)

متوسط تشریحی ۱۳۹۶

اگر $f(x) = a^x + \sqrt{\frac{a}{x}}x + 2$ و مجموعه مقادیری از x که به‌ازای آن تابع f قابل‌تعریف است، بازه $(-\infty, 2]$ باشد، برد تابع f کدام است؟

بارم: ۱

(۲۳)

متوسط تشریحی ۱۳۹۹

اگر دو تابع $f(x) = 2x + 3$ و $g(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + x - 3}{x-1}, & x \neq b \\ a, & x = b \end{cases}$ برابر باشند، $a + b$ کدام است؟

بارم: ۱

(۲۴)

دشوار تشریحی ۱۳۹۸

اگر $x = 1$ یک جواب معادله $|x+2| - \sqrt{a-x} = 1$ باشد، این معادله چند جواب دیگر دارد؟

بارم: ۱

(۲۵)

دشوار تشریحی ۱۳۹۷

اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{x+2}{x^2+ax-12}$ به صورت $\mathbb{R} - \{-b, -b-1\}$ باشد، تعداد اعداد صحیح بازه $[6a, -4a]$ که عضو دامنه تابع $g(x) = \frac{1}{\sqrt{|x|-4}}$ هستند، کدام است؟

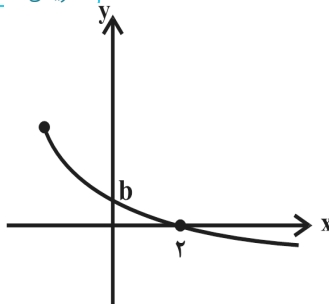
بارم: ۱

(۲۶)

متوسط تشریحی ۱۳۹۸

نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x+1}$ را نسبت به محور طول‌ها قرینه می‌کنیم، سپس نمودار به‌دست آمده را a واحد به سمت چپ و $2a$ واحد به سمت بالا منتقل می‌کنیم. اگر نمودار نهایی به‌صورت مقابل باشد، مقدار b کدام است؟

بارم: ۱



(۲۷)

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{x^2+1}{\sqrt{2x^2-6x+a}}$ به صورت $x \in (-\infty, 1) \cup (b, +\infty)$ باشد، در این صورت $a \times b$ کدام است؟ ($b \geq 1$)

بارم: ۱

(۲۸)

متوسط تشریحی ۱۳۹۸

اگر توابع $f(x) = x^2 + a$ و $g(x) = \frac{x^6 + 4x^2 + b}{x^2 + 1}$ برابر باشند، مقدار a کدام است؟

بارم: ۱

(۲۹)

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

نمودار تابع $f(x) = [x + [x]]$ در بازه $[-2, 2]$ ، از چند پاره‌خط با طول مساوی تشکیل شده است؟ ([]، علامت جزء صحیح است).

بارم: ۱

(۳۰)

دشوار تشریحی ۱۳۹۴

نمودار معادله‌ی $|x| + |x-y| - x = 0$ چگونه است؟

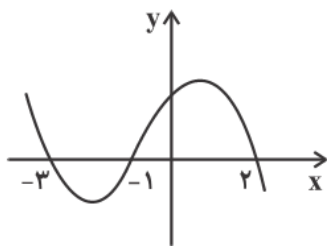
بارم: ۱

۳۱

متوسط تشریحی ۱۳۹۶

بارم: ۱

اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{-1}{(1-x)f(x)}}$ کدام است؟



۳۲

متوسط تشریحی ۱۳۹۶

بارم: ۱

اگر $f(x) = x - \lfloor \sqrt{x} \rfloor$ ، حاصل $f(1) + f(2) + \dots + f(10)$ کدام است؟

۳۳

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

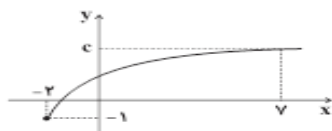
اگر $3 = \lfloor 2x - 1 \rfloor$ باشد، حاصل $\lfloor 4x + 3 \rfloor$ کدام است؟

۳۴

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x+a} + b$ به صورت مقابل است. $a + b + c$ کدام است؟



۳۵

متوسط تشریحی ۱۳۹۶

بارم: ۱

اگر دو تابع $f(x) = \frac{ax^5 + 2b}{\lambda x^5 - c}$ و $\begin{cases} g(x) = -2 \\ D_g = R - \{1\} \end{cases}$ با هم مساوی باشند، $a + b + c$ کدام است؟

۳۶

متوسط تشریحی ۱۳۹۸

بارم: ۱

حاصل عبارت $[(\sqrt{3} - 2)^2] + [(1 - \sqrt{2})^3] + [(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

۳۷

متوسط تشریحی ۱۳۹۹

بارم: ۱

مجموع طول پاره‌خط‌های تشکیل‌دهنده نمودار تابع $f(x) = x - [x]$ روی بازه $(-3, 2)$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

۳۸

ساده تشریحی ۱۳۹۸

بارم: ۱

بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $f(x) = 1 - \sqrt{x+1}$ روی آن مقادیر مثبت دارد، کدام است؟

۳۹

متوسط تشریحی ۱۳۹۸

بارم: ۱

در دامنه تابع $y = \frac{\frac{x^2 - 9}{x - 3}}{1 - \frac{2x + 1}{x - 1}}$ چند عدد طبیعی وجود ندارد؟

۴۰

دشواری تشریحی ۱۳۹۶

بارم: ۱

اگر توابع $f(x) = \sqrt{(x-a)^2(x-b)}$ و $g(x) = |x-a|\sqrt{x+2}$ با هم برابر باشند، مقدار $a + b$ کدام می‌تواند باشد؟

(۴۱)

اگر $f = \{(-5, 7), (a, 7), (2a, 3b), (a, b)\}$ نمایش یک تابع یک به یک باشد:

الف) a و b را بیابید.

ب) ضابطه f^{-1} را بنویسید.

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

بارم: ۰.۷۵

(۴۲)

تابع $f(x) = ax + b$, $a < 0$, مفروض است. اگر $f^{-1}(x) = f(x)$ باشد، مجموعه مقادیر b کدام است؟

بارم: ۱

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

(۴۳)

دو تابع $f = \{(5, 2), (4, 4), (3, 5)\}$ و $g(x) = 3x + 1$ مفروض اند. اگر $g^{-1}(2f^{-1}(a)) = 3$ باشد، a کدام است؟

بارم: ۱

ساده

تشریحی ۱۴۰۰

(۴۴)

تابع $f(x) = x^2 - 6x + 10$ را در نظر بگیرید:

الف) دامنه تابع f را طوری محدود کنید که تابع f یک به یک باشد.

ب) ضابطه وارون f را بنویسید.

بارم: ۲.۵

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

(۴۵)

در تابع خطی f ، اگر $f(2) = -1$ و $f^{-1}(1) = 0$ ، مقدار $f(-2) + f^{-1}(-2)$ کدام است؟

بارم: ۱

دشواری

تشریحی ۱۳۹۶

(۴۶)

تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 9} - |x + 2|$ در بازه‌ای یک‌به‌یک است، معکوس تابع در این بازه کدام است؟

بارم: ۱

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

(۴۷)

نمودار وارون تابع $f(x) = x^3 + 3x + a$ ، خط $2x + 5y = 8$ را در نقطه $A(b, 2)$ قطع می‌کند. مقدار a کدام است؟

بارم: ۱

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

(۴۸)

اگر تابع $f(x) = 2 + \sqrt{x-1}$ مفروض باشد:

الف) دامنه و برد تابع $f(x)$ را بنویسید.

ب) ضابطه تابع $f^{-1}(x)$ را تعیین کنید و همچنین دامنه و برد f^{-1} را مشخص کنید.

پ) نمودار تابع f و f^{-1} را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

بارم: ۲

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

(۴۹)

اگر توابع f و g وارونپذیر باشند و داشته باشیم: $1 - 2g(x+2) = f(3x-1)$ و $g^{-1}(2) = 4$ مقدار $f^{-1}(3)$ کدام است؟

بارم: ۱

دشواری

تشریحی ۱۳۹۸

(۵۰)

به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، تابع $f(x) = -x^2 - ax + 1$ در فاصله $[-2, 1]$ یک‌به‌یک است؟

بارم: ۱

دشواری

تشریحی ۱۳۹۸

(۵۱)

نمودار تابع $y = \sqrt{1-2x}$ را یک واحد به چپ و سپس یک واحد به بالا منتقل می‌کنیم. ضابطه‌ی معکوس تابع به دست آمده

بارم: ۱

دشواری

تشریحی ۱۳۹۵

(۵۲)

وارون تابع $f(x) = \frac{3x-1}{2}$ ، کدام است؟

بارم: ۱

ساده

تشریحی ۱۳۹۶

۵۳

با توجه به تابع f ، مقدار عبارت $f^{-1}(-2) + f^{-1}(2)$ را به دست آورید.

متوسط تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

بارم: ۲

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x \leq 0 \\ x - 1, & x > 0 \end{cases}$$

۵۴

تابع $f: A = \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 5), (4, 0)\}$ و تابع g با ضابطه $g(x) = 1 - 2x$ مفروضند.

متوسط تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

بارم: ۱.۲۵

الف) دامنه و ضابطه تابع $\frac{g}{f}$ را در صورت وجود بنویسید.

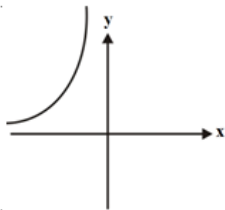
ب) آیا $\frac{g}{f}$ معکوس پذیر است؟ چرا؟

۵۵

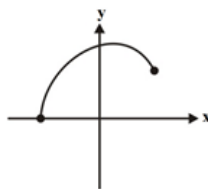
یک به یک بودن توابع زیر را بررسی کنید.

ساده تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

بارم: ۰.۵



الف)



ب)

۵۶

به ازای کدام مقادیر m نمودار تابع معکوس $f(x) = \frac{x-4}{2x-1}$ از نقطه $(m+2, m)$ می‌گذرد؟

متوسط تشریحی ۱۳۹۴

بارم: ۱

۵۷

به ازای چند مقدار a ، وارون تابع $f(x) = ax + b$ محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع می‌کند و تابع $g = \{(b, 4), (2, a), (-2a, a^2), (8, 16)\}$ یک به یک است؟

دشوار تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

۵۸

ضابطه معکوس تابع $f(x) = x^2 + 6x - 1$ با فرض $(x \leq -4)$ کدام است؟

دشوار تشریحی ۱۳۹۶

بارم: ۱

۵۹

اگر $f(x) = \frac{2}{3}x + a$ باشد و نمودار f^{-1} از نقطه $(2, 6)$ بگذرد، مقدار $(0, f^{-1})$ کدام است؟

دشوار تشریحی ۱۳۹۶

بارم: ۱

۶۰

ضابطه تابع وارون $f(x) = \frac{3x+2}{4}$ کدام است؟

ساده تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

۶۱

اگر تابع $f = \{(\frac{F}{k}, 2), (1, 4), (k+3, 2), (3, k+3)\}$ وارون‌پذیر و $g(x) = [\frac{x}{p} - 2]$ باشد، مقدار $(f-g)(-k-1)$ کدام است؟ []، نماد جزء صحیح است

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

۶۲

اگر دامنه تابع $f(x) = \sqrt{-2x+6}$ به صورت بازه $(-\infty, a]$ و $g(x) = |2x-3|$ باشد، حاصل $(f-g)(a)$ کدام است؟

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

۶۳

تابع $f(x) = \frac{x}{2} + 2$ با دامنه $[-4, 2]$ مفروض است. دامنه تابع $g(x) = \frac{(f \circ f^{-1})(x)}{(f^{-1} \circ f)(x)}$ کدام است؟

دشوار تشریحی ۱۳۹۶

بارم: ۱

۶۴

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

اگر $f(x) = 8x^3 - 1$ و $(fog)(x) = x^3 + 3x^2 + 3x$ باشد، مقدار $(f+g)(-1)$ کدام است؟

بارم: ۱

۶۵

متوسط تشریحی ۱۳۹۹

اگر $f = \{(-1, 0), (-2, 1), (1, 1), (2, 4), (-5, 3)\}$ و $g = \{(1, 2), (2, 0), (3, -1), (0, 7)\}$ باشد، حاصل $\frac{(fog)(3) + (gof)(-1)}{(f+g)(2) \times (\frac{f}{g})(1)}$ کدام است؟

بارم: ۱

است؟

۶۶

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

اگر $f(x) = \begin{cases} |x| & x \geq -1 \\ -|x| & x < -1 \end{cases}$ و $g(x) = x$ ، چند عدد صحیح در معادله $(f \cdot g)(x) = 1$ ، صدق می‌کند؟

بارم: ۱

۶۷

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = 1 + \sqrt{x}$ باشد، آنگاه برد تابع $(g-f)(x)$ کدام است؟

بارم: ۱

۶۸

ساده تشریحی ۱۳۹۸

برای دو تابع خطی f و g داریم: $(f+g)(x) = 2x - 1$ و $(g-f)(x) = 8x - 3$. حاصل $(f \cdot g)(1)$ کدام است؟

بارم: ۱

۶۹

دشوار تشریحی ۱۳۹۸

تابع $y = f(x)$ به گونه‌ای تعریف شده است که رابطه $f(x[x]) = x + [x]$ برقرار است. مقدار $f(\frac{17}{5})$ کدام است؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

بارم: ۱

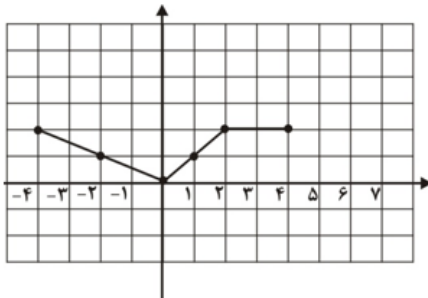
۷۰

ساده تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۸

الف) نمودار تابع $y = 2f(2x)$ نسبت به نمودار تابع $y = f(x)$ در امتداد محور x ها و y ها چه تغییراتی دارد؟

بارم: ۳

ب) نمودار مقابل مربوط به تابع $y = f(x)$ است، نمودار تابع $y = 2f(2x)$ را رسم کنید.



۷۱

دشوار تشریحی ۱۳۹۸

اگر دامنه تابع $y = f(2x - 1) + 3$ به صورت $[-2, 6]$ باشد، آنگاه دامنه تابع $g(x) = 3f(4x - 2) - 3$ کدام است؟

بارم: ۱

۷۲

دشوار تشریحی ۱۳۹۷

اگر تابع $f = \left\{ \left(\frac{F}{k}, 2 \right), (1, 4), (k+3, 2), (3, k+3) \right\}$ وارون‌پذیر و $g(x) = \left[\frac{x}{2} - 2 \right]$ باشد، مقدار $(f-g)(-k-1)$ کدام است؟

بارم: ۱

$[]$ ، نماد جزء صحیح است

۷۳

اگر خروجی ماشین زیر برابر $\frac{1}{6}$ باشد، مقدار ورودی آن کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۸ ساده

بارم: ۱

$$\text{(خروجی)} \rightarrow \frac{\sqrt{2x-1}}{3x} \rightarrow \boxed{2x-3} \rightarrow \text{(ورودی)}$$

۷۴

اگر $f(x) = x - \sqrt{x}$ و $g(x) = 1 + \sqrt{x}$ باشد، برد تابع $y = (f+g)(x)$ کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۶ متوسط

بارم: ۱

۷۵

f و g دو تابع درجه دوم هستند. اگر $(f+g)(x) = 4x^2 + 1$ و $(f-g)(x) = 2x + 1$ باشند، کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۷ متوسط

بارم: ۱

۷۶

دامنه تابع $y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{|x|-1}$ شامل چند عدد صحیح نیست؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

تشریحی ۱۳۹۸ ساده

بارم: ۱

۷۷

اگر $f(x) = 2x - 4$ و $(gof)(x) = \frac{x+4}{x-1}$ باشد، حاصل $g(8)$ کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۷ ساده

بارم: ۱

۷۸

توابع $f(x) = x^2 + 2x$ و $g = \{(-1, 2), (3, 0), (6, 7)\}$ مفروض هستند. مقدار a برای برقراری تساوی $g(f(a)) = 2$ کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۶ ساده

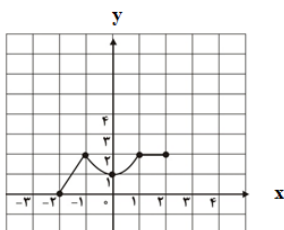
بارم: ۱

۷۹

شکل مقابل مربوط به نمودار تابع $y = f(x)$ با دامنه $[-2, 2]$ است.

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸ ساده

بارم: ۲.۲۵



الف) دامنه تابع $y = 2f\left(\frac{2}{3}x\right)$ را به دست آورید.

ب) نمودار تابع $y = 2f\left(\frac{2}{3}x\right) + 1$ را رسم کنید.

۸۰

اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ و $g(x) = \frac{x-1}{x+3}$ باشد، مجموعه جواب نامعادله $fog(x) < \frac{1}{3}$ کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

بارم: ۱

دشواری

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

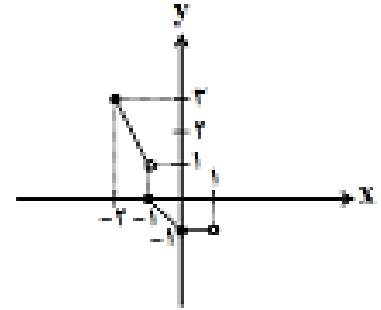
گزینه درست: null

سوال ۱

(الف)

$$\begin{aligned} -2 \leq x < 1 &\Rightarrow -2 \leq x < -1 \rightarrow y = -2x - 1, (-2, 3), (-1, 1) \\ -1 \leq x < 0 &\rightarrow y = -x - 1, (-1, 0), (0, -1) \\ 0 \leq x < 1 &\rightarrow y = -1 \end{aligned}$$

$$\text{ب) برد} = [-1, 0] \cup (1, 3]$$



متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۲

از روی دامنه f تابع f را می‌سازیم تا برد f حاصل شود.

$$-1 \leq x \leq 2 \Rightarrow -3 \leq 3x \leq 6 \Rightarrow -1 \leq 3x + 2 \leq 8$$

لذا دامنه تابع g بازه $[-1, 8]$ است.

$$\begin{aligned} -1 \leq x \leq 8 &\Rightarrow -1 - 1 \leq x - 1 \leq 8 - 1 \Rightarrow -\frac{2}{2} \leq \frac{x-1}{2} \leq \frac{7}{2} \\ &\Rightarrow -1 \leq g(x) \leq 3.5 \end{aligned}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۳

گزینه «۲»

رابطه‌ای بیانگر یک تابع است که در آن به ازای هر x فقط یک y وجود داشته باشد. در گزینه «۱» به ازای $x = 1$ برای y دو جواب به دست می‌آید ($y = 2$, $y = 0$) و در واقع هر دو زوج مرتب $(1, 0)$ و $(1, 2)$ در رابطه گزینه «۱» صدق می‌کنند. بنابراین تابع نیست.

در گزینه «۳» به ازای $x = 1$ برای y دو جواب $y = 1$ و $y = -1$ به دست می‌آید و لذا تابع نیست.

در گزینه «۴» به ازای $x = 0$ داریم:

$$y^2 - 1 = 0 \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1$$

و برای y دو جواب $y = 1$ و $y = -1$ به دست می‌آید و لذا تابع نیست.

گزینه «۲» تابع است زیرا معادله تنها به ازای $x = -1$ و $y = 1$ جواب دارد و فقط زوج مرتب $(-1, 1)$ در رابطه صدق می‌کند.

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۴

$$D_f : x^2 - x \geq 0 \rightarrow D_f = (-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$$

$$D_g : x \geq 0, x \geq 1 \rightarrow x \geq 1 \rightarrow D_g = [1, +\infty)$$

خیر زیرا $D_f \neq D_g$

ساده

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۵

چون $f(x)$ و $g(x)$ برابرند پس به ازای هر x ، مقدار دو تابع برابر است. حال به ازای دو مقدار $x=3$ و $x=0$ در تساوی، مقدار a و b را تعیین می‌کنیم.

$$f(3) = g(3) \Rightarrow 3b - 6 = 6 + b \Rightarrow b = 6$$

$$f(0) = g(0) \Rightarrow \frac{a}{3} = 6 \Rightarrow a = 18$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{18}{6} = 3$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۶

تعداد انتخاب‌های هر یک از عضوهای مجموعه A را پیدا می‌کنیم.

$$\begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{تعداد انتخاب‌ها:} & 1 & 2 & 3 & 3 \end{array}$$

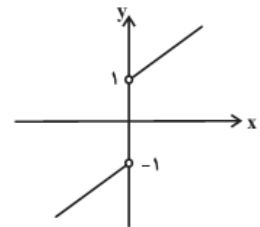
پس تعداد تابع‌های f برابر $18 = 3 \times 3 \times 2 \times 1$ می‌باشد.

دشواری

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۷



$$f(x) = x + \frac{x}{|x|} = \begin{cases} x+1 & x > 0 \\ x-1 & x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = R_f = R - [-1, 1]$$

$$g(x) = x^2 - 6x = (x-3)^2 - 9 \Rightarrow g(x) \geq -9$$

$$\Rightarrow B = R_g = [-9, +\infty)$$

شامل سه عدد صحیح ۱ و ۰ و -۱ است. $B - A = [-1, 1] \Rightarrow$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۸

گزینه «۴»

صفر تابع در آن صدق می‌کند.

$$x = -2 \Rightarrow 16 - 16 + 4 - 4 + m = 0 \Rightarrow m = 0$$

$$x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x^2(x+2) + x(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 + x)(x+2) = 0$$

$$\begin{cases} x^3 + x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 1 = 0 \end{cases} \text{ فاقد ریشه} \\ x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \end{cases}$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۹

باید دامنه دو تابع مساوی باشند.

$$D_f = D_g = R - \{-1\}$$

$$\Rightarrow (2x^2 - c)|_{x=-1} = 0 \Rightarrow -2 - c = 0$$

$$\Rightarrow c = -2$$

حال ضابطه‌ها را برابر قرار می‌دهیم:

$$f(x) = \frac{ax^2 + b}{2x^2 + 2} = g(x) = 2$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{2} = 2 \Rightarrow a = b = 4$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۰

دامنه هر دو تابع برابر R است. بنابراین برای تساوی دو تابع باید به ازای هر x از دامنه داشته باشیم: $f(x) = g(x)$.

$$x \neq -1 \Rightarrow f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1} = \frac{(x + 2)(x + 1)}{x + 1} = x + 2$$

$$f(x) = g(x)$$

به‌ازای $x = -1$ داریم:

$$x = -1 \Rightarrow f(-1) = 3a + 2 \text{ و } g(-1) = -1 + 2 = 1$$

$$\frac{f(-1) - g(-1)}{1} \rightarrow 3a + 2 = 1 \Rightarrow 3a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۱

با توجه به اطلاعات مساله، ضابطه f را تشکیل می‌دهیم. چون f هر عدد ورودی مانند x را a برابر کرده و سپس به آن b واحد اضافه می‌کند. پس: $f(x) = ax + b$ حال a و b را می‌یابیم:

$$f(-2) = 1 \Rightarrow a(-2) + b = 1 \Rightarrow -2a + b = 1$$

$$f(3) = 11 \Rightarrow a(3) + b = 11 \Rightarrow 3a + b = 11$$

$$\begin{cases} -2a + b = 1 \\ 3a + b = 11 \end{cases} \Rightarrow 3a + b - (-2a + b) = 11 - 1$$

$$\Rightarrow 5a = 10 \Rightarrow a = 2, \quad 3a + b = 11 \Rightarrow 6 + b = 11 \Rightarrow b = 5$$

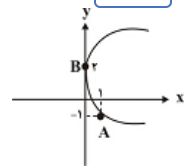
$$\Rightarrow ab = 2 \times 5 = 10$$

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۱۲



بی شمار

می توان بی شمار نمودار رسم کرد که از A و B بگذرد و خطی رسم کرد که موازی محور عرض ها بوده و نمودار را در ۲ نقطه قطع کند.

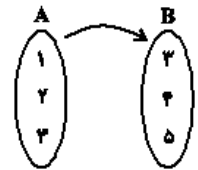
متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۱۳

گزینه «۴»



برای عدد ۱ از مجموعه A، ۳ انتخاب {۳, ۴, ۵}، برای عدد ۲، ۳ انتخاب {۳, ۴, ۵} و برای عدد ۳، ۲ انتخاب {۴, ۵} را داریم. پس طبق اصل ضرب داریم: $3 \times 3 \times 2 = 18$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۱۴

جمله الف غلط است چون ممکن است دو تابع دامنه‌های یکسان و بردهای یکسان داشته باشند اما مساوی نباشند مثل $f(x) = x^2$ و $f(x) = |x|$ همچنین جمله پ غلط است چون برد تابع زیرمجموعه هم‌دامنه می‌باشد.

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۱۵

(الف)

$$x^2 - 4 \geq 0 \rightarrow |x| \geq 2 \rightarrow x \geq 2 \quad x \leq -2$$

$$\rightarrow D_f = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$$

(ب) باید مخرج مخالف صفر باشد، پس:

$$(x+2)(1-x) \neq 0 \rightarrow x \neq -2, x \neq 1$$

$$\rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{-2, 1\}$$

تذکر: قبل از ساده کردن کسر، باید مخرج را مخالف صفر قرار داد.

ساده

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۱۶

برای آن که خروجی ماشین داده شده برابر ۲ باشد، باید تابع را برابر مقدار داده شده قرار دهیم تا مقدار x یا همان مقدار ورودی به دست آید:

$$f(x) = (|x| + 1)^2 \xrightarrow{\text{خروجی برابر ۲}} (|x| + 1)^2 = 2$$

$$\Rightarrow |x| + 1 = \pm\sqrt{2}$$

$$\xrightarrow{|x|+1>0} |x| + 1 = \sqrt{2} \Rightarrow |x| = \sqrt{2} - 1$$

$$\Rightarrow x = \pm(\sqrt{2} - 1) \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} - 1 \\ \text{یا} \\ x = 1 - \sqrt{2} \end{cases}$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۷

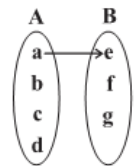
دامنه تابع مجموعه A است که ۳ عضو دارد. واضح است که برد تابع نیز باید سه عضوی باشد؛ بنابراین سه عضو متمایز از B باید انتخاب کنیم که این سه عضو، خود به ۳! حالت می‌توانند جابه‌جا شوند (یعنی به عضوهای متفاوتی از A وصل شوند). به بیان دیگر در تابع $f = \{(a, \square), (b, \square), (c, \square)\}$ ها $4 \times 3 \times 2 = 24$ حالت را می‌توانند بپذیرند.

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۸



چون تابع مورد نظر شامل زوج مرتب (a, e) است پس برای انتهای فلش خروجی از a فقط یک انتخاب (e) وجود دارد ولی برای b و c و d هر کدام سه انتخاب e, f, g وجود دارد، یعنی $1 \times 3 \times 3 \times 3 = 27$ تابع قابل نوشتن است.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۹

طبق تعریف تابع به عنوان یک ماشین می‌دانیم باید به ازای هر ورودی، دقیقاً یک خروجی وجود داشته باشد. پس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \square \Rightarrow \square \\ \square \Rightarrow \square \end{array} \right\} \Rightarrow b - 1 = 1 \Rightarrow b = 2$$

$$\left. \begin{array}{l} \square \Rightarrow \square \\ \square \Rightarrow \square \end{array} \right\} \Rightarrow |a^2 - 2a - 1| = 2$$

پس:

$$\begin{cases} a^2 - 2a - 1 = 2 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 = 0 \\ \Rightarrow (a - 3)(a + 1) = 0 \Rightarrow a = 3 \text{ یا } a = -1 \\ a^2 - 2a - 1 = -2 \Rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \\ \Rightarrow (a - 1)^2 = 0 \Rightarrow a = 1 \end{cases}$$

در نتیجه حداکثر مقدار ab برابر است با:

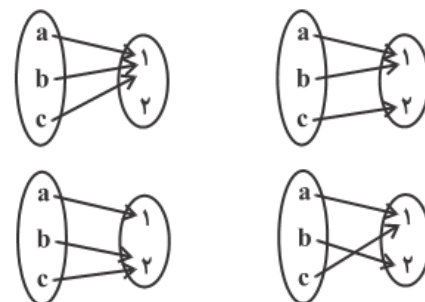
$$ab = 3 \times 2 = 6$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۲۰



نکته: اگر A مجموعه m عضوی و B مجموعه n عضوی باشد، تعداد توابع از A به B برابر است با n^m . در این سوال چون عضو a استفاده شد، پس 2^2 تابع می‌توان نوشت.

دشوار

تشریحی ۱۳۹۳

گزینه درست: null

سوال ۲۱

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{[x]} = 4^{1-[x]} \Rightarrow (2^{-3})^{[x]} = (2^2)^{1-[x]} \Rightarrow 2^{-3[x]} = 2^{2-2[x]}$$

چون پایه‌ها مساوی‌اند، باید توان‌ها مساوی باشند. بنابراین:

$$-3[x] = 2 - 2[x] \Rightarrow [x] = -2 \Rightarrow -2 \leq x < -1$$

نتیجه‌ی آخر با توجه به تعریف جزء صحیح به دست آمده است.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۲۲

تابع f در محدوده $x \leq 2$ قابل‌تعریف است. با توجه به ضابطه تابع، برای به‌دست آوردن a عبارت زیر را دیکال را بزرگ‌تر یا مساوی صفر قرار می‌دهیم، بنابراین داریم:

$$\frac{a}{2}x + 2 \geq 0 \Rightarrow \frac{a}{2}x \geq -2 \Rightarrow ax \geq -4 \quad (*)$$

با معادلسازی نابرابری (*) با محدوده داده شده در سؤال، مشخص است که علامت a منفی است. پس با تقسیم رابطه (*) بر a جهت نامساوی عوض می‌شود، پس:

$$ax \geq -4 \xrightarrow{\div a} x \leq -\frac{4}{a} \Rightarrow \frac{-4}{a} = 2 \Rightarrow a = -2$$

بنابراین ضابطه تابع به صورت $f(x) = 4 + \sqrt{-x+2}$ می‌باشد. حال با داشتن ضابطه تابع برد را محاسبه می‌کنیم:

$$\sqrt{-x+2} \geq 0 \xrightarrow{+4} 4 + \sqrt{-x+2} \geq 4 \Rightarrow f(x) \geq 4$$

پس برد تابع به صورت $[4, +\infty)$ می‌باشد.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۲۳

گزینه «۴»

ضابطه g تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{(2x+3)(x-1)}{x-1} & x \neq b \\ a & x = b \end{cases}$$

اگر b عددی غیر از ریشه مخرج کسر یعنی یک باشد، آن‌گاه تابع g در $x=1$ تعریف نمی‌شود و در نتیجه دامنه دو تابع برابر نمی‌شود. پس باید $b=1$ باشد. از طرفی مقدار دو تابع در $x=1$ باید برابر باشد، پس:

$$\left. \begin{aligned} g(1) &= a \\ f(1) &= 2(1) + 3 = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 5$$

در نتیجه $a+b=6$ است.

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۴

گزینه «۲»

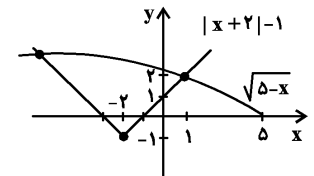
می‌دانیم $x=1$ یک جواب معادله است. پس باید در رابطه مذکور صدق کند:

$$|x+2| - \sqrt{a-x} = 1 \xrightarrow{x=1} |3| - \sqrt{a-1} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{a-1} = 2 \Rightarrow a-1=4 \Rightarrow a=5$$

در نتیجه معادله به صورت $|x+2| - 1 = \sqrt{5-x}$ خواهد بود.

حال کافی است به روش هندسی تعداد نقاط برخورد دو تابع را بیابیم:



دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۲۵

می‌دانیم دامنه تابع گویای f به صورت:

{ریشه‌های مخرج} $D_f = \mathbb{R} - \{b-1, b\}$ و $-b$ ریشه‌های عبارت $x^2 + ax - 12$ هستند، حال از آنجایی که مجموع این ریشه‌ها برابر است با $(-a)$ ، پس داریم:

$$(-b) + (b-1) = (-a) \Rightarrow -1 = -a \Rightarrow a=1$$

از طرفی برای به دست آوردن دامنه تابع $g(x)$ ، داریم:

$$|x-4| > 0 \Rightarrow |x| > 4 \Rightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x < -4 \end{cases}$$

بنابراین اعداد صحیح بازه $[-4, 6]$ که عضو D_g می‌باشند عبارتند از $\{5, 6\}$.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۶

گزینه «۳»

$$f(x) = \sqrt{x+1} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور طولها}} -\sqrt{x+1}$$

$$\xrightarrow{\text{انتقال } a \text{ واحد به چپ}} g(x) = 2a - \sqrt{x+a+1}$$

انتقال ۲a واحد به بالا

حال با توجه به نمودار تابع g داریم:

$$g(2) = 2a - \sqrt{a+3} = 0 \Rightarrow 2a = \sqrt{a+3}; a > 0$$

$$\Rightarrow 4a^2 = a + 3 \Rightarrow 4a^2 - a - 3 = (4a + 3)(a - 1) = 0$$

$$\xrightarrow{a > 0} a = 1 \Rightarrow g(x) = 2 - \sqrt{x+2}$$

$$\Rightarrow g \text{ با مبدأ } b = g(0) = 2 - \sqrt{2}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۲۷

با توجه به حدود دامنه $x=1$ ریشه مخرج کسر است:

$$\begin{aligned} \sqrt{2x^2 - 6x + a} &= 0 \\ \xrightarrow{x=1} \sqrt{2 - 6 + a} &= 0 \Rightarrow \sqrt{-4 + a} = 0 \\ &\rightarrow -4 + a = 0 \Rightarrow a = 4 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{2x^2 - 6x + 4}}$$

برای محاسبه دامنه تابع $f(x)$ باید عبارت زیر رادیکال را که در مخرج است، بزرگتر از صفر قرار دهیم، پس:

$$\begin{aligned} 2x^2 - 6x + 4 > 0 &\xrightarrow{\div 2} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ \Rightarrow (x-1)(x-2) &> 0 \end{aligned}$$

x	1	2
p	+	-
	ع	ع

$$\Rightarrow x < 1 \text{ یا } x > 2 \Rightarrow x \in (-\infty, 1) \cup (2, +\infty) \Rightarrow b = 2$$

$$\Rightarrow a \times b = 4 \times 2 = 8$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۸

$$g(x) = \frac{x^2 + 4x^2 + b}{x^2 + 1} = x^2 + a \Rightarrow x^2 + 4x^2 + b = (x^2 + a)(x^2 + 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+1=4 \\ b=a \end{cases} \Rightarrow a=b=3$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

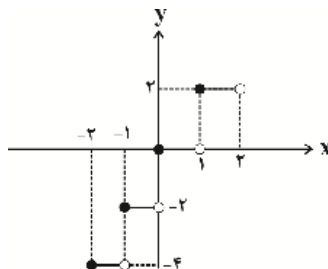
سوال ۲۹

می‌دانیم اگر $k \in \mathbb{Z}$ باشد، آنگاه: $[x + k] = [x] + k$

از آنجا که $[x] \in \mathbb{Z}$ است، بنابراین:

$$f(x) = [x + [x]] = [x] + [x] = 2[x]$$

پس نمودار تابع f در بازه $[-2, 2]$ به صورت زیر است:



پس نمودار از ۴ پاره‌خط با طول مساوی تشکیل شده است.

دشوار

تشریحی ۱۳۹۴

گزینه درست: null

سوال ۳۰

گزینه‌ی «۲»

$$|x| + |x - y| - x = 0 \Rightarrow |x| + |x - y| = x$$

چون طرف چپ، نامنفی است، پس طرف راست نیز نامنفی خواهد بود. لذا $x \geq 0$ و در نتیجه $|x| = x$ و از آنجا:

$$|x - y| = 0 \Rightarrow x - y = 0 \Rightarrow y = x$$

پس معادله‌ی داده شده، معادله‌ی نیمساز ناحیه‌ی اول است.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۳۱

$$\geq 0 \Rightarrow \frac{-1}{(1-x)f(x)} \geq 0$$

(چون صورت کسر منفی است باید مخرج هم منفی باشد)

$$\Rightarrow (1-x)f(x) < 0$$

	$-\infty$	-3	-1	1	2
$1-x$	+	+	+	0	-
$f(x)$	+	0	-	+	0
	+	0	-	+	0

$$D_f = (-3, -1) \cup (1, 2)$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۳۲

ابتدا توجه کنید که:

$$[\sqrt{1}] = [\sqrt{2}] = [\sqrt{3}] = 1$$

$$[\sqrt{4}] = [\sqrt{5}] = [\sqrt{6}] = [\sqrt{7}] = [\sqrt{8}] = 2$$

$$[\sqrt{9}] = [\sqrt{10}] = 3$$

بنابراین:

$$f(1) + f(2) + \dots + f(10) = (1 - [\sqrt{1}]) + (2 - [\sqrt{2}])$$

$$+ \dots + (10 - [\sqrt{10}])$$

$$= (1 + 2 + \dots + 10) - (1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3)$$

$$= \frac{10}{2}(1+10) - (3+10+6) = 36$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۳۳

$$[2x-1] = 3 \Rightarrow 3 \leq 2x-1 < 4 \xrightarrow{+1} 4 \leq 2x < 5$$

$$\xrightarrow{\times 2} 8 \leq 4x < 10 \xrightarrow{+3}$$

$$11 \leq 4x+3 < 13 \Rightarrow [4x+3] = 11 \text{ یا } 12$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۳۴

دامنه تابع $f(x)$ از روی ضابطه، $-a \geq x$ است و همچنین با توجه به نمودار دامنه $x \geq -۲$ است، پس:

$$-a = -۲ \Rightarrow a = ۲$$

همچنین نقطه $(-۲, -۱)$ روی تابع است، پس داریم:

$$(-۲, -۱) \in f \Rightarrow -۱ = \sqrt{-۲+۲} + b \Rightarrow b = -۱$$

ضابطه f برابر است با $f(x) = \sqrt{x+۲} - ۱$. پس داریم:

$$f(v) = \sqrt{v+۲} - ۱ = ۲ \Rightarrow c = ۲$$

$$a + b + c = ۲ - ۱ + ۲ = ۳$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۳۵

گزینه «۱»

دامنه دو تابع مساوی با هم برابر هستند:

$$D_f = D_g \Rightarrow D_f = R - \{۱\}$$

$$۸x^5 - c = 0 \xrightarrow{x=1} ۸ - c = 0 \Rightarrow c = ۸$$

حال ضابطه‌ها را مساوی قرار می‌دهیم:

$$-۲ = \frac{ax^5 + ۲b}{۸x^5 - ۸} \Rightarrow -۱۶x^5 + ۱۶ = ax^5 + ۲b \Rightarrow \begin{cases} a = -۱۶ \\ b = ۸ \end{cases}$$

$$a + b + c = -۱۶ + ۸ + ۸ = 0 \quad \text{پس:}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۶

می‌دانیم: $\sqrt{۲} \simeq ۱/۴$, $\sqrt{۳} \simeq ۱/۷$ ، بنابراین مقدار عبارت داده شده برابر است با:

$$[(1/7 - ۲)^۲] + [(1 - 1/4)^۳] + [(1/4 - 1/7)^۲] = 0 - 1 + 0 = -1$$

دقت کنید:

$$\begin{aligned} 0 &< (1/7 - ۲)^۲ < 1 \\ -1 &< (1 - 1/4)^۳ < 0 \\ 0 &< (1/4 - 1/7)^۲ < 1 \end{aligned}$$

متوسط

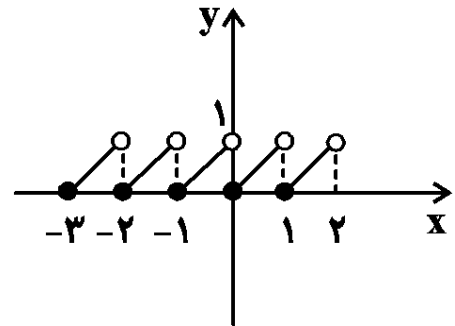
تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۳۷

گزینه «۲»

با رسم نمودار تابع $f(x) = x - [x]$ در بازه $(-3, 2)$ درمی‌یابیم که طول همه پاره‌خط‌های تشکیل دهنده نمودار تابع $y = f(x)$ برابر است. طول هر پاره‌خط برابر با طول وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع قائمه برابر با یک است. بنابراین مجموع طول این پاره‌خط‌ها برابر با $5\sqrt{2}$ است.



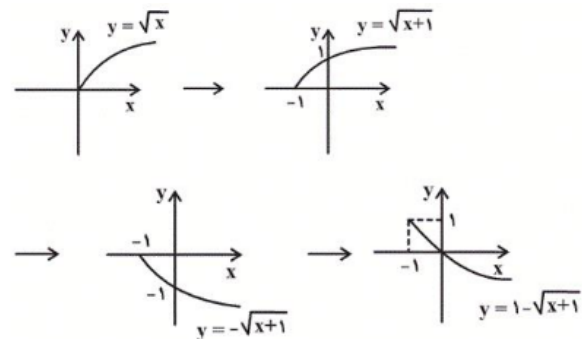
ساده

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۸

ابتدا نمودار تابع f را به کمک انتقال رسم می‌کنیم.



با توجه به نمودار تابع، درمی‌یابیم که تابع روی $(0, -1]$ مقادیر مثبت دارد و این بازه، بزرگ‌ترین بازه با این شرط است.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۹

$$f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3} \quad \begin{matrix} x \neq 3 \\ x \neq 1 \end{matrix} \quad \frac{x^2 - 9}{x - 1 - 2x - 1} \\ = \frac{(x^2 - 9)(x - 1)}{(x - 3)(-x - 2)} \Rightarrow x \neq -2$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{-2, 1, 3\}$$

در دامنه تابع تنها دو عدد طبیعی ۱ و ۳ قرار ندارند.

دشوار

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۴۰

از تساوی f و g نتیجه می‌گیریم که $b = -۲$. برای انتخاب a باید حواسمان به دامنه دو تابع باشد. دامنه تابع f را در دو حالت زیر به دست می‌آوریم:

$$a \geq -۲ \quad (۱)$$

$$D_f = [-۲, +\infty)$$

x	$b = -۲$	a
$(x-a)^۲(x-b)$	- +	+ +

$$a < -۲ \quad (۲)$$

$$D_f = \{a\} \cup [-۲, +\infty)$$

x	a	$b = -۲$
$(x-a)^۲(x-b)$	- -	+ +

از طرفی چون $D_g = [-۲, +\infty)$ است، پس برای آن که $D_f = D_g$ باشد، باید $a \in [-۲, +\infty)$ باشد، پس:

$$a \geq -۲ \xrightarrow{+b} a + b \geq \underbrace{-۲ + b}_{-۴} \Rightarrow a + b \geq -۴$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۴۱

(الف)

$$(-۵, ۷), (a, ۷) \xrightarrow{f \text{ یک به یک}} a = -۵$$

$$\left. \begin{array}{l} a = -۵ \\ (-۵, ۷), (a, b) \end{array} \right\} \xrightarrow{f \text{ تابع}} b = ۷$$

$$\Rightarrow f = \{(-۵, ۷), (-۱۰, ۲۱)\}$$

(ب)

$$\Rightarrow f^{-1} = \{(۷, -۵), (۲۱, -۱۰)\}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۴۲

وارون تابع $f(x) = ax + b$ را می‌یابیم:

$$y = ax + b \Rightarrow y - b = ax \Rightarrow \frac{y - b}{a} = x$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$$

$$f(x) = f^{-1}(x) \Rightarrow ax + b = \frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{a} \Rightarrow a^2 = 1 \xrightarrow{a < 0} a = -1 \\ b = \frac{-b}{a} \xrightarrow{a = -1} b = \frac{-b}{(-1)} \Rightarrow b = b \end{cases}$$

بنابراین به ازای هر مقدار دلخواه b تساوی برقرار است.

ساده

تشریحی ۱۴۰۰

گزینه درست: null

سوال ۴۳

$$g^{-1}(2f^{-1}(a)) = 3 \Rightarrow 2f^{-1}(a) = g(3) \xrightarrow{g(3)=10} 2f^{-1}(a) = 10$$

$$\xrightarrow{\div 2} f^{-1}(a) = 5 \Rightarrow a = f(5) \Rightarrow a = 2$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۴۴

$$\text{الف) } f(x) = x^2 - 6x + 9 + 1 = (x - 3)^2 + 1$$

در صورتی که طول رأس سهمی نیز بدست آید نمره فوق تعلق می‌گیرد

دامنه بازه $[3, +\infty)$ یا هر زیر مجموعه آن یا $(-\infty, 3]$ یا هر زیر مجموعه آن صحیح است.

$$\text{ب) } y = (x - 3)^2 + 1 \rightarrow (x - 3)^2 = y - 1 \rightarrow x - 3 = \pm \sqrt{y - 1}$$

$$\rightarrow x = 3 \pm \sqrt{y - 1} \rightarrow f^{-1}(x) = 3 + \sqrt{x - 1} \quad \text{یا} \quad f^{-1}(x) = 3 - \sqrt{x - 1}$$

با توجه به دامنه در نظر گرفته شده یکی از دو ضابطه فوق قابل قبول است.

دشوار

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۴۵

با توجه به این که نقطه $(1, 0)$ روی تابع f^{-1} قرار دارد پس نقطه $(0, 1)$ روی تابع f می‌باشد، بنابراین با داشتن دو نقطه $(2, -1)$ و $(0, 1)$ ، ضابطه تابع خطی $f(x) = mx + n$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} (2, -1) \in f \Rightarrow -1 = 2m + n \\ (0, 1) \in f \Rightarrow 1 = 0 + n \end{cases} \Rightarrow n = 1, m = -1$$

بنابراین تابع f به صورت $f(x) = -x + 1$ می‌باشد. حال برای به دست آوردن $f(-2) + f^{-1}(-2)$ فرض می‌کنیم $f^{-1}(-2) = a$ باشد، پس داریم:

$$f^{-1}(-2) = a \Rightarrow f(a) = -2 \Rightarrow -2 = -a + 1 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow f^{-1}(-2) = 3$$

$$f(-2) = -(-2) + 1 = 3$$

بنابراین:

$$f(-2) + f^{-1}(-2) = 3 + 3 = 6$$

متوسط

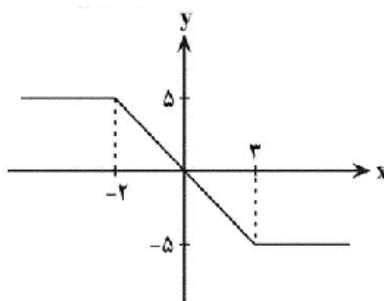
تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۴۶

$$f(x) = \sqrt{(x-3)^2} - |x+2| = |x-3| - |x+2|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -5 & x > 3 \\ -2x+1 & -2 \leq x \leq 3 \\ 5 & x < -2 \end{cases}$$



$$y = -2x + 1 \quad [-2, 3]$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x-1}{-2} = -\frac{x-1}{2} = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}, \quad [-5, 5]$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۴۷

گزینه «۴»

مختصات نقطه $A(b, 2)$ در معادله $2x + 5y = 8$ صدق می‌کند، پس:

$$2b + 10 = 8 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow A(-1, 2)$$

$$A(-1, 2) \in f^{-1} \Rightarrow A'(2, -1) \in f$$

$$\Rightarrow f(2) = 8 + 6 + a = 14 + a = -1 \Rightarrow a = -15$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۴۸

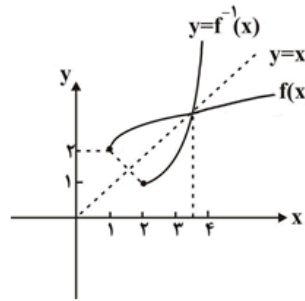
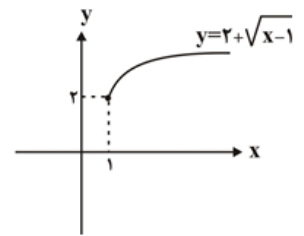
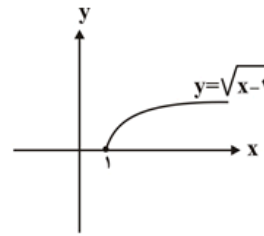
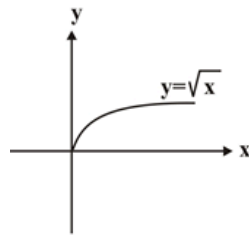
$$\text{الف) } x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1 \rightarrow D_f = [1, +\infty) \quad R_f = [2, +\infty)$$

$$\text{ب) } y = 2 + \sqrt{x-1} \rightarrow y-2 = \sqrt{x-1} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} y^2 + 4 - 4y = x-1$$

$$\rightarrow x = y^2 - 4y + 5 \rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - 4x + 5$$

$$D_{f^{-1}} = \mathbb{R}_f = [2, +\infty) \quad \mathbb{R}_{f^{-1}} = D_f = [1, +\infty)$$

(پ)



(نکته: همیشه نمودار تابع f و f^{-1} نسبت به خط $y = x$ متقارن هستند و محل برخورد آن‌ها روی خط $y = x$ است.)

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۴۹

$$g^{-1}(2) = 4 \Rightarrow g(4) = 2$$

با قراردادن $x = 2$ در رابطه داده شده داریم:

$$f(5) = 2g(4) - 1 \Rightarrow f(5) = 2(2) - 1 \\ \Rightarrow f(5) = 3 \Rightarrow f^{-1}(3) = 5$$

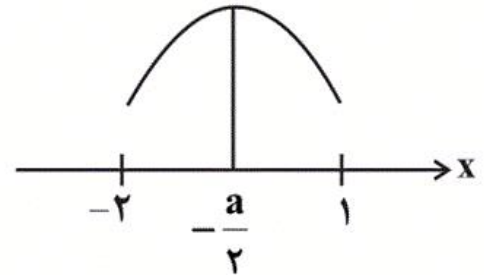
دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۵۰

مطابق شکل اگر طول رأس سهمی $(x = -\frac{a}{2})$ در داخل بازه $(-2, 1)$ قرار گیرد، تابع در این بازه یک‌به‌یک نمی‌شود. بنابراین $-\frac{a}{2}$ به جز بازه $(-2, 1)$ هر مقدار حقیقی دیگری می‌تواند اختیار کند.



$$-2 < -\frac{a}{2} < 1 \Rightarrow -4 < -a < 2 \Rightarrow -2 < a < 4$$

بنابراین:

$$\Rightarrow a \in \mathbb{R} - (-2, 4)$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۵۱

ابتدا ضابطه‌ی نمودار انتقال یافته را می‌یابیم:

$$\sqrt{1-2x} \xrightarrow{\text{یک واحد به چپ}} y = \sqrt{1-2(x+1)} = \sqrt{1-2x-2}$$

$$\sqrt{-1-2x} \xrightarrow{\text{یک واحد به بالا}} y = 1 + \sqrt{-1-2x}$$

حال ضابطه‌ی معکوس را می‌یابیم. دقت کنید که برد تابع حاصل بازه‌ی $[1, +\infty)$ است. پس دامنه‌ی y^{-1} به صورت $x \geq 1$ است:

$$y = 1 + \sqrt{-1-2x} \Rightarrow y - 1 = \sqrt{-1-2x} \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} (y-1)^2 = -1-2x$$

$$\Rightarrow y^2 - 2y + 1 = -1 - 2x \Rightarrow -2x = y^2 - 2y + 2 \Rightarrow x = \frac{y^2 - 2y + 2}{-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x - 1$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۵۲

$$f(x) = \frac{3x-1}{2} \Rightarrow y = \frac{3x-1}{2}$$

جای x و y را عوض می‌کنیم:

$$x = \frac{3y-1}{2} \Rightarrow 2x = 3y-1$$

$$\Rightarrow 3y = 2x+1 \Rightarrow y = \frac{2x+1}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{3}$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۵۳

$$f^{-1}(2) = a \Rightarrow f(a) = 2$$

$$f^{-1}(-2) = b \Rightarrow f(b) = -2$$

غ ق ق $f(a) = 2a - 1 = 2 \Rightarrow 2a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$ اگر $a \leq 0$ باشد

ق ق $f(a) = a - 1 = 2 \Rightarrow a = 3$ اگر $a > 0$ باشد

ق ق $f(b) = 2b - 1 = -2 \Rightarrow 2b = -1 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$ اگر $b \leq 0$ باشد

غ ق ق $f(b) = b - 1 = -2 \Rightarrow b = -1$ اگر $b > 0$ باشد

$$\Rightarrow f^{-1}(2) + f^{-1}(-2) = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۵۴

(الف)

$$D_f = A = \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow D_f \cap D_g = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$D_g = \mathbb{R}$$

$$D \frac{g}{f} = D_f \cap D_g - \{x \mid f(x) = 0\} = \{1, 2, 3, 4\} - \{4\} = \{1, 2, 3\}$$

$$\frac{g}{f} = \left\{ \left(1, \frac{g(1)}{f(1)}\right), \left(2, \frac{g(2)}{f(2)}\right), \left(3, \frac{g(3)}{f(3)}\right) \right\} = \left\{ \left(1, \frac{1}{2}\right), (2, -1), (3, -1) \right\}$$

(ب) خیر زیرا $\frac{g}{f}$ یک به یک نیست.

ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۵۵

قسمت (الف) یک به یک است.

قسمت (ب) یک به یک نیست.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۴

گزینه درست: null

سوال ۵۶

چون نقطه‌ی $(m+2, m)$ عضو تابع f^{-1} است، پس نقطه‌ی $(m, m+2)$ عضو تابع f است. بنابراین، این نقطه در معادله‌ی تابع صدق می‌کند.

$$f(m) = m+2 \Rightarrow \frac{m-4}{2(m)-1} = m+2$$

$$\Rightarrow m-4 = 2m^2 + 4m - m - 2 \Rightarrow 2m^2 + 2m + 2 = 0$$

این معادله جواب ندارد. $\Delta < 0 \rightarrow \Rightarrow m^2 + m + 1 = 0$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۵۷

$$f^{-1}(2) = \emptyset \rightarrow f(a) = 2 \rightarrow b = 2 \quad (1)$$

$$\stackrel{(1)}{\rightarrow} g = \{(2, 4), (2, a), (-2a, a^2), (a, 16)\}$$

با توجه به دو زوج مرتب $(2, a)$ و $(2, 4)$ برای تابع بودن g باید داشته باشیم:

$$a = 4 \quad (2)$$

که در این صورت:

$$g = \{(2, 4), (2, 4), (-8, 16), (4, 16)\}$$

که تابع g به یک به یک نیست. پس مقداری برای a به دست نمی‌آید.

دشوار

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۵۸

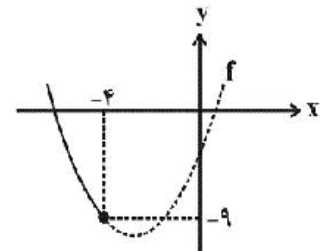
$$y = x^2 + 6x - 1 \xrightarrow{+10} y + 10 = (x + 3)^2 \xrightarrow{x \leq -4}$$

$$\Rightarrow x + 3 = -\sqrt{y + 10} \Rightarrow x = -3 - \sqrt{y + 10}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = -3 - \sqrt{x + 10}$$

از طرفی برد تابع f به ازای $x \leq -4$ فاصله $[-9, +\infty)$ است. چون:

$$f(x) = x^2 + 6x - 1 = (x + 3)^2 - 10; (x \leq -4) \Rightarrow f(x) \geq -9$$



پس دامنه f^{-1} برابر $x \geq -9$ است.

دشوار

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۵۹

$$(2, 6) \in f^{-1} \Rightarrow (6, 2) \in f \Rightarrow f(6) = 2$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{2}{3} \times (6) + a \Rightarrow 2 = 4 + a \Rightarrow a = -2$$

ضابطه f^{-1} را به دست می‌آوریم:

$$y = \frac{2}{3}x - 2 \Rightarrow \frac{2}{3}x = y + 2 \Rightarrow x = \frac{3}{2}(y + 2)$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{2}y + 3 \xrightarrow[\text{عوض کردن جای } x, y]{\text{عوض کردن جای}} y = \frac{2}{3}x + 3$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2}{3}x + 3 \Rightarrow f^{-1}(0) = 3$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۶۰

$$y = \frac{3x+2}{4} \Rightarrow 4y = 3x+2$$

$$\Rightarrow 4y-2 = 3x \Rightarrow \frac{4y-2}{3} = x$$

$$\Rightarrow f^{-1}(y) = \frac{4y-2}{3}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{4x-2}{3}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۶۱

f باید یک به یک باشد، پس مؤلفه‌های اول دو زوج مرتب $(\frac{F}{k}, 2)$ و $(k+3, 2)$ با هم برابرند:

$$k+3 = \frac{F}{k} \Rightarrow k^2 + 3k - F = 0 \Rightarrow \begin{cases} k=1 \\ k=-4 \end{cases}$$

اگر $k=1$ باشد، f یک به یک نمی‌شود:

$$f = \{(4, 2), (1, 4), (3, 4)\}$$

اگر $k=-4$ باشد، f یک به یک و در نتیجه وارون پذیر است:

$$f = \{(-1, 2), (1, 4), (3, -1)\}$$

پس $k=-4$ است. حالا مقدار $(f-g)(-k-1)$ را حساب می‌کنیم:

$$(f-g)(3) = f(3) - g(3) = -1 - \left[\frac{3}{2} - 2\right] = -1 - (-1) = 0$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۶۲

دامنه تابع $f(x)$ را بدست می‌آوریم:

$$-2x + 6 \geq 0 \Rightarrow x \leq 3$$

پس دامنه تابع f بصورت بازه $(-\infty, 3]$ بدست می‌آید. در نتیجه:

$$a = 3$$

$$(f-g)(a) = (f-g)(3) = f(3) - g(3)$$

$$= \sqrt{-2 \times (3) + 6} - |(2 \times 3) - 3| = -3$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۶۳

گزینه «۱»

می‌دانیم:

$$\begin{cases} (fof^{-1})(x) = x & ; D_{fof^{-1}} = D_{f^{-1}} = R_f \\ (f^{-1}of)(x) = x & ; D_{f^{-1}of} = D_f \end{cases}$$

دامنه تابع خطی f بازه $[-۴, ۲]$ است پس با جایگذاری ابتدا و انتهای بازه، برد آن را می‌یابیم.

$$\left. \begin{array}{l} f(-۴) = ۰ \\ f(۲) = ۳ \end{array} \right\} \Rightarrow R_f = [۰, ۳]$$

حال دامنه‌های $f^{-1}of$ و fof^{-1} را می‌نویسیم.

$$D_{fof^{-1}} = R_f = [۰, ۳]$$

$$D_{f^{-1}of} = D_f = [-۴, ۲]$$

دامنه تابع $g(x)$ ، اشتراک دامنه‌های $f^{-1}of$ و fof^{-1} است به جز نقاطی که مخرج صفر شود.

$$(f^{-1}of)(x) \neq ۰ \Rightarrow x \neq ۰$$

$$D_g = (۰, ۲] \quad \text{در نتیجه:}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۶۴

$$f(x) = ۸x^۳ - ۱ \Rightarrow f(g(x)) = ۸g^۳(x) - ۱$$

$g(-۱)$ را حساب می‌کنیم:

$$f(g(-۱)) = -۱ \Rightarrow ۸(g(-۱))^۳ - ۱ = -۱ \Rightarrow g(-۱) = ۰$$

مقدار $f + g$ را در $x = -۱$ حساب می‌کنیم:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$\Rightarrow (f + g)(-۱) = f(-۱) + g(-۱) = (-۸ - ۱) + ۰ = -۹$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۶۵

گزینه «۱»

$$x = ۳ \xrightarrow{g} g(۳) = -۱ \xrightarrow{f} f(-۱) = ۰ \Rightarrow (fog)(۳) = ۰$$

$$x = -۱ \xrightarrow{f} f(-۱) = ۰ \xrightarrow{g} g(۰) = ۷ \Rightarrow (gof)(-۱) = ۷$$

$$x = ۲ \xrightarrow{\frac{f(۲)=۴}{g(۲)=۰}} (f + g)(۲) = ۴ + ۰ = ۴$$

$$x = ۱ \xrightarrow{\frac{f(۱)=۱}{g(۱)=۲}} \left(\frac{f}{g}\right)(۱) = \frac{۱}{۲}$$

$$\frac{(fog)(۳) + (gof)(-۱)}{(f + g)(۲) \times \left(\frac{f}{g}\right)(۱)} = \frac{۰ + ۷}{۴ \times \frac{۱}{۲}} = \frac{۷}{۲} = ۳/۵$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

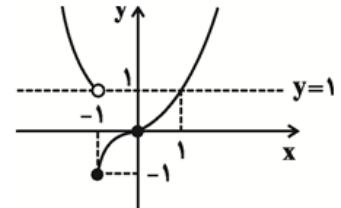
سوال ۶۶

ضابطه تابع $f(x)$ را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & -1 \leq x < 0 \\ x & x < -1 \end{cases}$$

حال تابع $(f \cdot g)(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$(f \cdot g)(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & -1 \leq x < 0 \\ x^2 & x < -1 \end{cases}$$

نمودار تابع $(f \cdot g)(x)$ به شکل مقابل است:که تنها به ازای $x = 1$ داریم: $(f \cdot g)(x) = 1$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

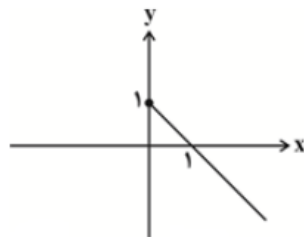
سوال ۶۷

دامنه تابع f و g بازه $[0, +\infty)$ است، پس دامنه تابع $g - f$ برابر است با:

$$D_{g-f} = D_g \cap D_f = [0, +\infty)$$

حال ضابطه $g - f$ را می‌یابیم:

$$(g - f)(x) = g(x) - f(x) = (1 + \sqrt{x}) - (x + \sqrt{x}) \Rightarrow (g - f)(x) = 1 - x$$

با رسم نمودار تابع $y = 1 - x$ در فاصله $[0, +\infty)$ برد تابع $g - f$ را می‌یابیم:

$$\frac{x}{y=1-x} \mid \begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array}$$

بنابراین برد تابع بازه $(-\infty, 1]$ است.

ساده

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۶۸

با جایگذاری $x = 1$ در $(f + g)(x) = 2x - 1$ و $(g - f)(x) = 8x - 3$ ، مقادیر $f(1)$ و $g(1)$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} (f + g)(1) = 2 \times 1 - 1 = 1 \\ (g - f)(1) = 8 \times 1 - 3 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(1) + g(1) = 1 \\ g(1) - f(1) = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow g(1) = 3, \quad f(1) = -2 \Rightarrow (f \cdot g)(1) = f(1) \times g(1) = -2 \times 3 = -6$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۶۹

اگر فرض کنیم $g(x) = x[x]$ باشد، داریم:

$$f \circ g(x) = x + [x]$$

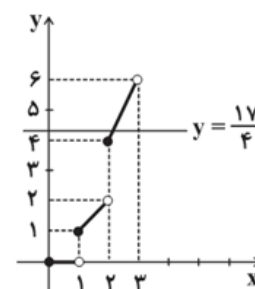
حال برای یافتن مقدار $f\left(\frac{17}{4}\right)$ کافی است جواب معادله $g(x) = \frac{17}{4}$ را پیدا کنیم و آن را در ضابطه $f \circ g(x)$ جای گذاری کنیم.

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow g(x) = 0$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow g(x) = x$$

$$2 \leq x < 3 \Rightarrow g(x) = 2x$$

نمودار تابع $y = g(x)$ در شکل زیر رسم شده است. برای یافتن جواب معادله $g(x) = \frac{17}{4}$ ، کافی است خط $y = 2x$ را با خط $y = \frac{17}{4}$ (مطابق شکل) تقاطع دهیم، بنابراین داریم:



$$2x = \frac{17}{4} \Rightarrow x = \frac{17}{8}$$

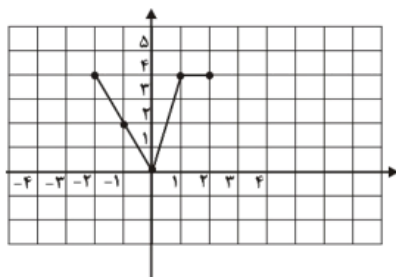
$$\Rightarrow f\left(\frac{17}{4}\right) = f \circ g\left(\frac{17}{8}\right) = \frac{17}{8} + \left[\frac{17}{8}\right] = \frac{17}{8} + 2 = \frac{33}{8}$$

ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۷۰



الف) نمودار $y = f(x)$ در امتداد محور x ها با ضریب $\frac{1}{4}$ منقبض می شود و در امتداد محور y ها با ضریب ۲ منبسط می شود.

بارم شکل می تواند به صورت زیر هم باشد:

انقباض درست در جهت محور x ها

انبساط درست در جهت محور y ها

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۷۱

ابتدا دامنه $f(x)$ را به دست آورده و سپس از روی آن دامنه $g(x) = 3f(4x - 2) - 3$ را به دست می آوریم:

$$-2 \leq x \leq 6 \Rightarrow -4 \leq 2x \leq 12 \Rightarrow -5 \leq 2x - 1 \leq 11$$

پس دامنه $f(x)$ به صورت $[-5, 11]$ می باشد. برای به دست آوردن دامنه g داریم:

$$-5 \leq 4x - 2 \leq 11 \Rightarrow -3 \leq 4x \leq 13 \Rightarrow -\frac{3}{4} \leq x \leq \frac{13}{4}$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۷۲

f باید یک به یک باشد، پس مولفه های اول دو زوج مرتب $(\frac{f}{k}, 2)$ و $(k+3, 2)$ با هم برابرند:

$$k + 3 = \frac{f}{k} \Rightarrow k^2 + 3k - f = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = -4 \end{cases}$$

اگر $k=1$ باشد، f یک به یک نمی شود:

$$f = \{(4, 2), (1, 4), (3, 4)\}$$

اگر $k=-4$ باشد، f یک به یک و در نتیجه وارون پذیر است:

$$f = \{(-1, 2), (1, 4), (3, -1)\}$$

پس $k=-4$ است. حالا مقدار $(f-g)(-k-1)$ را حساب می کنیم:

$$(f-g)(3) = f(3) - g(3) = -1 - \left[\frac{3}{2} - 2 \right] = -1 - (-1) = 0$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۷۳

طبق صورت سؤال خروجی ماشین برابر $\frac{1}{6}$ است، پس:

$$\frac{\sqrt{2x} - 1}{3x} = \frac{1}{6} \Rightarrow 2\sqrt{2x} - 2 = x$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{2x} = x + 2 \xrightarrow{\text{توان دو}} 4x = x^2 + 4x + 4$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

یعنی ورودی ضابطه دوم باید ۲ باشد. بنابراین خروجی ضابطه اول نیز ۲ می باشد:

$$2x - 3 = 2 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

پس ورودی ماشین، $\frac{5}{2}$ است.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۷۴

ابتدا دامنه تابع $f + g$ را می‌یابیم: (دقت کنید که دامنه توابع f و g برابر $[0, +\infty)$ است.)

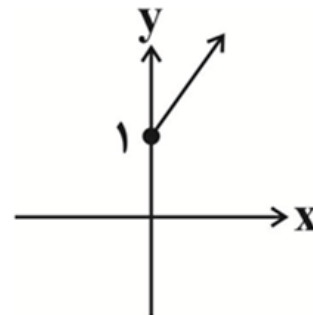
$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = [0, +\infty) \cap [0, +\infty) = [0, +\infty)$$

حال ضابطه تابع را تشکیل می‌دهیم:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = x - \sqrt{x} + 1 + \sqrt{x}$$

$$\Rightarrow (f + g)(x) = x + 1, x \in [0, +\infty)$$

نمودار تابع فوق به صورت زیر است:



با توجه به نمودار، برد تابع برابر $[1, +\infty)$ است.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۷۵

$$\begin{cases} (f + g)(x) = f(x) + g(x) = 4x^x + 1 \\ (f - g)(x) = f(x) - g(x) = 2x + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2f(x) = 4x^x + 2x + 2 \Rightarrow f(x) = 2x^x + x + 1$$

$$f(x) + g(x) = 4x^x + 1 \xrightarrow{f(x)=2x^x+x+1} g(x) = 2x^x - x$$

$$\Rightarrow g(2) = 2 \times 2^2 - 2 = 6$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۸

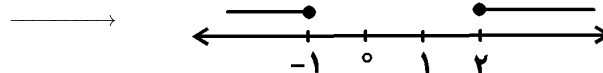
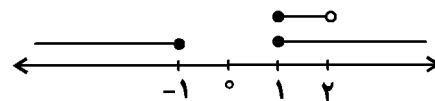
گزینه درست: null

سوال ۷۶

گزینه «۲»

$$y = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{[x] - 1} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 1 \Rightarrow |x| \geq 1 \Rightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ \text{یا} \\ x \geq 1 \end{cases} \\ [x] - 1 \neq 0 \Rightarrow [x] \neq 1 \Rightarrow x \notin [1, 2) \end{cases}$$

باید نقاطی که مخرج کسر را صفر می‌کنند از دامنه حذف کنیم.

(۱) و (۲) \Rightarrow 

بنابراین دامنه تابع داده شده شامل دو عدد صحیح ۰ و ۱ نیست.

ساده

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۷۷

$$g(f(x)) = \frac{x+4}{x-1} \Rightarrow g(2x-4) = \frac{x+4}{x-1}$$

عبارت $2x - 4 = 8 \Rightarrow x = 6$ را مساوی ۸ قرار می‌دهیم:

حالا $x = 6$ را در تساوی بالا قرار می‌دهیم:

$$g(2x-4) = \frac{x+4}{x-1} \xrightarrow{x=6} g(8) = \frac{6+4}{6-1} = 2$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۷۸

با توجه به تابع g ، $g(-1) = 2$ می‌باشد. بنابراین:

$$g(f(a)) = 2 \Rightarrow f(a) = -1$$

$$\Rightarrow f(a) = a^2 + 2a = -1 \Rightarrow a^2 + 2a + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (a+1)^2 = 0 \Rightarrow a = -1$$

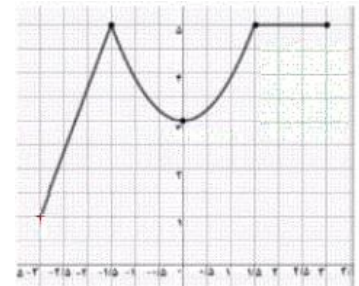
ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۷۹

$$\underbrace{-۲ \leq \frac{۲}{۳}x \leq ۲}_{\text{الف}} \rightarrow \underbrace{-۳ \leq x \leq ۳}$$



ب) بارم شکل می تواند به صورت زیر هم باشد:

انبساط درست در امتداد محور x ها :

انبساط درست در امتداد محور y ها :

انتقال درست در امتداد محور y ها:

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۸۰

گزینه «۳»

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = \frac{fg(x) - 1}{g(x) + 2} = \frac{2 \times \frac{x-1}{x+3} - 1}{\frac{x-1}{x+3} + 2}$$

$$= \frac{\frac{2x-2}{x+3} - 1}{\frac{x-1}{x+3} + 2} = \frac{\frac{2x-2-x-3}{x+3}}{\frac{x-1+2x+6}{x+3}} = \frac{x-5}{3x+5}$$

$$D_{f \circ g} = R - \left\{ -3, -\frac{5}{3} \right\} \quad (1)$$

$$f \circ g(x) < \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{x-5}{3x+5} < \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{x-5}{3x+5} - \frac{1}{3} < 0$$

$$\frac{3x-15-3x-5}{9x+15} < 0 \Rightarrow \frac{-20}{9x+15} < 0$$

$$\Rightarrow 9x+15 > 0 \Rightarrow x > -\frac{5}{3} \quad (2)$$

اشتراک (۱) و (۲) \rightarrow مجموعه جواب نامعادله $= \left(-\frac{5}{3}, +\infty\right)$