



مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: -

تاریخ برگزاری:

مرکز مشاوره قلم چی

①

معادله ی $2^x - 2^{-x} = 1$ را حل کنید:

متوسط

تکاج ۱۳۸۴

بارم: ۱

②

معادله ی $5^{x-1} = 7^{3x+1}$ را حل کنید:

دشوار

تکاج ۱۳۸۴

بارم: ۱

③

جواب معادله $(\frac{1}{\sqrt{7}})^{x-1} = 9^{x+1}$ کدام است؟

ساده

تشریحی ۱۳۹۹

بارم: ۱

④

اشتراک مجموعه جواب‌های دو نامعادله توانی $4^{2x-1} \geq \frac{1}{1024}$ و $81^2 < 9^{2x+2}$ چند عدد صحیح را شامل می‌شود؟

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

⑤

نمودار تابع $f(x) = 3^{1-x}$ در بازه $[0, +\infty)$ در چه وضعیتی با نمودار $g(x) = (\frac{1}{4})^{2x-2}$ قرار دارد؟

دشوار

تشریحی ۱۳۹۹

بارم: ۱

⑥

اگر $A = \sqrt{2}^{0/7}$ ، $B = 2^{\frac{\sqrt{2}}{3}}$ و $C = 8^{0/2}$ ، آنگاه کدام عدد بزرگ‌تر است؟

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

⑦

در تابع نمایی $f(x) = a^{x-2}$ ، اگر $f(1) = 16f(5)$ ، آنگاه نمودار تابع f ، محور y ها را با چه عرضی قطع می‌کند؟ ($a > 0$)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

بارم: ۱

⑧

نیمه عمر یک ماده هسته‌ای ۴۰ سال است. بعد از گذشت ۲۰۰ سال از یک نمونه ۲۵۶ گرمی از این ماده، چند گرم آن از بین می‌رود؟

ساده

تشریحی ۱۳۹۹

بارم: ۱

⑨

در یک آزمایش تکثیر سلول، تعداد سلول‌ها پس از گذشت t ساعت از رابطه $A(t) = ka^t$ به دست می‌آید. در شروع آزمایش تعداد سلول‌ها ۴ است و بعد از مدت ۲ ساعت تعداد سلول‌ها ۳۶ می‌شود. چند ساعت بعد از شروع آزمایش تعداد سلول‌های موجود به ۲۹۱۶ خواهد رسید؟

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

بارم: ۱

⑩

اگر نمودار تابع $f(x) = 3^{x-a} + b$ از نقاط $(0, 3)$ و $(1, 9)$ بگذرد، آنگاه حاصل عبارت $\sin\left(-\frac{a\pi}{3}\right) + b$ چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

بارم: ۱

⑪

مجموعه جواب نامعادله $2^{4x+11} < (\frac{1}{2})^{5-3x}$ شامل چند عدد طبیعی است؟

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

بارم: ۱

⑫

چه تعداد از اعداد $(\frac{1}{2})^{-\sqrt{x}}$ ، $2^{\frac{3}{2}}$ ، $2^{\sqrt{7}}$ و 2^{π} بین دو عدد 2^3 و 2^2 قرار دارند؟

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

بارم: ۱

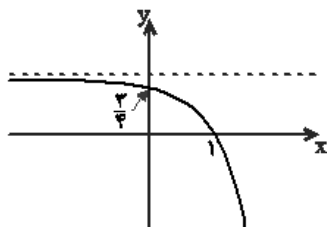
۱۳

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

اگر نمودار تابع با ضابطه $y = a - 4^{x-b}$ مطابق شکل زیر باشد، کدام $a + b$ است؟

بارم: ۱



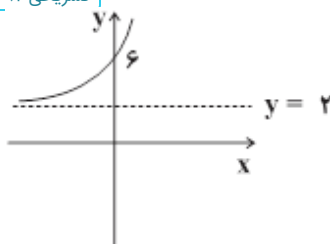
۱۴

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

نمودار دو تابع نمایی $f(x) = a^{x+2} - b$ به صورت زیر است. $f(1)$ کدام است؟

بارم: ۱



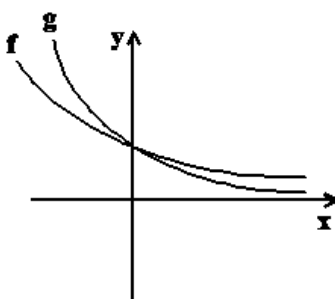
۱۵

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

نمودار دو تابع نمایی $f(x) = (\frac{1}{3})^x$ و $g(x) = (\frac{a-2}{3})^x$ به صورت مقابل است. حدود a کدام است؟

بارم: ۱



۱۶

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

نمودار تابع با ضابطه $y = 4^{-x+2} - 3 \times 2^{-2x+3} + 9$ محور x ها را در نقطه‌ای به طول ... و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ... قطع می‌کند.

بارم: ۱

۱۷

ساده

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۶

تحت یک شرایط خوب، جرم یک توده معین از باکتری ها، در هر ساعت دو برابر می شود. فرض کنید در ابتدا ۱۰۰ میلی گرم باکتری وجود دارد.

بارم: ۰.۷۵

الف) جرم توده پس از t ساعت از چه رابطه ای به دست می آید؟

ب) جرم توده را پس از ۵ ساعت محاسبه کنید.

پ) جرم توده پس از چند ساعت به ۱۶۰۰ میلی گرم می رسد؟

۱۸

ساده

تشریحی ۱۳۹۶

اگر $f(x) = 3^x$ باشد، مقدار $f(x+2) - 2f(x+1)$ کدام است؟

بارم: ۱

(۱۹)

جواب نامعادله $x^2 \geq 2^x$ شامل چند عدد طبیعی است؟

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

بارم: ۱

(۲۰)

اگر $g(x) = 3^{x-1} + 2$ باشد، به ازای کدام مقدار x تساوی $g(x) = 83$ برقرار است؟

تشریحی ۱۳۹۸ ساده

بارم: ۱

(۲۱)

دامنه تابع $f(x) = \sqrt{\log_1 x}$ به فرم $[a, b]$ است. حاصل $f^{-1}(0)$ کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

بارم: ۱

(۲۲)

الف) مقدار $\log_5 125$ را محاسبه کنید.

تکاج ۱۳۸۴ متوسط

بارم: ۱

ب) مقدار $\log_{125} 5$ را محاسبه کنید.

(۲۳)

اگر $\log_5^x = \frac{1}{a}$ باشد، آنگاه حاصل $\log_{\sqrt{5}}^a$ کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۷ متوسط

بارم: ۱

(۲۴)

اگر $2 \log(\sqrt{2}m) - \log 1 = 3 \log 2 + \log(m+1)$ باشد، آنگاه مقدار m کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۷ دشوار

بارم: ۱

(۲۵)

در تابع با ضابطه $f(x) = 3^{ax+b}$ ، $f(2) = 3$ و $f^{-1}(1) = 4$ است، حاصل $\log_{27}^{f(-4)}$ کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

بارم: ۱

(۲۶)

اگر $2 \log(\sqrt{2}m) - \log 1 = 3 \log 2 + \log(m+1)$ باشد، آنگاه مقدار m کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۷ متوسط

بارم: ۱

(۲۷)

یک دانش‌آموز، بعد از شرکت در n آزمون می‌تواند به درصد $f(n) = 100 - 90(2^{-n/4})$ در درس ریاضی برسد. بعد از شرکت در چند آزمون انتظار می‌رود این دانش‌آموز به درصد ۷۰ در درس ریاضی برسد؟

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۹ دشوار

بارم: ۲

 $(\log_3^3 \simeq 1/6)$

(۲۸)

اگر $\log 2 \simeq 0/3$ و $\log 3 \simeq 0/48$ ، مقدار $\log 2160$ تقریباً کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۷ متوسط

بارم: ۱

(۲۹)

اگر $\log(x+3) = 2 \log 2 + \log(x-3)$ باشد، حاصل لگاریتم $(4x+5)$ در مبنای $\sqrt{x}$ کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

بارم: ۱

(۳۰)

دامنه تابع $f(x) = \sqrt{1+2 \log_5^x}$ کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۸ ساده

بارم: ۱

(۳۱)

دامنه تابع $f(x) = \sqrt{1 - \log(x^2 - 3x)}$ کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

بارم: ۱

(۳۲)

دامنه تابع $f(x) = \frac{1 - \log x}{\sqrt{x^2 - 2^x}}$ شامل چند عدد صحیح می‌باشد؟

تشریحی ۱۴۰۰ ساده

بارم: ۱

(۳۳)

نمودار تابع $f(x) = 3 - \log_2(x+2)$ از کدام یک از نواحی مختصات نمی‌گذرد؟

تشریحی ۱۳۹۷ متوسط

بارم: ۱

(۳۴)

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

اگر $\log_{\sqrt{x}} \frac{x+3}{x} - 1 = \log_x (x+6)$ باشد، آنگاه حاصل $\log_{\sqrt{x}} \frac{x+3}{x}$ کدام است؟

بارم: ۱

(۳۵)

متوسط تشریحی ۱۳۹۶

تابع $f(x) = a - \log_3(bx + 1)$ از نقاط $(1, 0)$ و $(0, 1)$ می‌گذرد. حاصل ab کدام است؟

بارم: ۱

(۳۶)

متوسط تشریحی ۱۳۹۶

اگر نمودار تابع $f(x) = \log_a x$ از نقطه $(4, 2)$ بگذرد، حاصل $4^{\log_{a+2}(a+1)}$ کدام است؟

بارم: ۱

(۳۷)

متوسط تشریحی ۱۳۹۸

اگر $\log(\sin \frac{4\pi}{5}) - \log(\cos 324^\circ) + \log A = 0$ باشد، A کدام می‌تواند باشد؟ (زاویه $\frac{4\pi}{5}$ بر حسب رادیان است.)

بارم: ۱

(۳۸)

دشوار تشریحی ۱۳۹۸

اگر $3^{2x} - 2 \times 3^x = -1$ و $\log_{\lambda} 9\sqrt{3} = \frac{y}{\lambda}$ باشد، حاصل $\log_{(x+y)} 5y$ کدام است؟

بارم: ۱

(۳۹)

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

اگر $f(x) = \log(3x - 1)$ و $g = \{(0, -1), (-1, 0), (2, 1), (\frac{5}{3}, \frac{1}{5})\}$ باشند، تابع fog کدام است؟ ($\log 2 \simeq 0.3$)

بارم: ۱

(۴۰)

متوسط تشریحی ۱۳۹۸

اگر $3^{2x} - 2 \times 3^x = -1$ و $\log_{\lambda} 9\sqrt{3} = \frac{y}{\lambda}$ باشد، حاصل $\log_{(x+y)} 5y$ کدام است؟

بارم: ۱

(۴۱)

متوسط نهایی ۱۴۰۲

اگر $\log(x+1) \leq \log(2x-2)$ حدود x را به دست آورید.

بارم: ۱

(۴۲)

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

از دو معادله دو مجهولی $2^{x-y} \times 4^{x+y} = 1$ و $\log y = 2 \log 3 + \log x$ مقدار y کدام است؟

بارم: ۱

(۴۳)

متوسط تشریحی ۱۳۹۸

اگر تابع $f(x) = a + \log_p^{(bx-1)}$ از دو نقطه $A(3, 10)$ و $B(43, 14)$ بگذرد، حاصل عبارت $(a-b) \log_{a-3}^{a+1}$ کدام است؟

بارم: ۱

(۴۴)

متوسط تشریحی ۱۳۹۹

قدرت یک زلزله ۵ ریشتر ($5M$) است. انرژی آزاد شده در آن چند ارگ (E) است؟ ($\log 2 = 0.3, \log E = 11/8 + 1/5 M$)

بارم: ۱

(۴۵)

ساده تشریحی ۱۴۰۰

اگر $\log(2^x + 8) = \log 2 + x \log 2$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{\log_3^3 + 3}{\log_3^x + 1}$ کدام است؟

بارم: ۱

(۴۶)

ساده تشریحی ۱۳۹۸

حاصل $\log_5(\sqrt{125})^3$ کدام است؟

بارم: ۱

(۴۷)

متوسط تشریحی ۱۳۹۶

مجموع جواب‌های معادله $9^x - 7 \times 3^x + 10 = 0$ کدام است؟

بارم: ۱

(۴۸)

ساده تشریحی ۱۳۹۸

اگر $\log 2 = a$ و $\log 7 = b$ باشد، مقدار $\log 5/35$ کدام است؟

بارم: ۱

(۴۹)

ساده تشریحی ۱۴۰۰

اگر $\log_3^a = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل عبارت $A = \log_{\frac{1}{9}}^{\sqrt[3]{9}}$ کدام است؟

بارم: ۱

(۵۰)

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

اگر جواب معادله $\log_2(3-x) - \log_2(x+4) = 1$ برابر طول محور تقارن سهمی $f(x) = 3x^2 - (m-2)x + 1$ باشد، مقدار m کدام است؟
بارم: ۱

(۵۱)

تشریحی ۱۳۹۷ ساده

اگر $x = (\log_8^x)^{\log_8^x}$ آن گاه $\log_3^x$ برابر است با:
بارم: ۱

(۵۲)

تشریحی ۱۳۹۶ متوسط

میزان انرژی آزاد شده در زلزله‌ای با قدرت ۸ ریشتر، چند برابر زلزله‌ای با قدرت ۶ ریشتر است؟ ($\log E = 11/8 + 1/5 M$) و M برحسب ریشتر است).
بارم: ۱

(۵۳)

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

یک دانش‌آموز، بعد از شرکت در n آزمون می‌تواند به درصد $f(n) = 100 - 90(2^{-n/4})$ در درس ریاضی برسد. بعد از شرکت در چند آزمون انتظار می‌رود این دانش‌آموز به درصد ۷۰ در درس ریاضی برسد؟ ($\log_2^3 = 1/6$)
بارم: ۱

(۵۴)

تشریحی ۱۳۹۶ متوسط

حاصل $\log_3 \frac{9}{81}$ کدام است؟ ([]، علامت جزء صحیح است).
بارم: ۱

(۵۵)

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

اگر $x^{\log_7^x} = 27$ باشد، $\log_3^x$ کدام می‌تواند باشد؟
بارم: ۱

(۵۶)

تشریحی ۱۳۹۷ دشوار

ریشه‌های معادله $\log x = \sqrt{\log x^y - 12}$ چقدر اختلاف دارند؟
بارم: ۱

(۵۷)

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

حاصل عبارت $A = \log_{\left(\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}\right)} (5 - 2\sqrt{6})$ کدام است؟
بارم: ۱

(۵۸)

تشریحی ۱۳۹۷ ساده

معادله $\log_{5-x}^{x-1} + \log_{5-x}^{x+2} = \log_{5-x}^F$ چند جواب دارد؟
بارم: ۱

(۵۹)

تشریحی ۱۳۹۶ متوسط

زلزله‌ای به بزرگی $2/8$ در مقیاس ریشتر چند ارگ انرژی آزاد می‌کند؟ ($\log E = 11/8 + 1/5 M$)
بارم: ۱

(۶۰)

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

نمودار تابع $y = -\log_{\frac{1}{2}}^{(x-1)}$ کدام است؟
بارم: ۱

سوال ۱

گزینه درست: null

قبل از لگاریتم گرفتن از طرفین لازم است که فرم نمایی را جدا کنید.

طرفین را در 2^x ضرب کنید:

$$2^x - \frac{1}{2^x} = 1$$

$$2^x \times 2^x - 2^x \times \frac{1}{2^x} = 2^x$$

$$(2^x)^2 - 1 = 2^x$$

$$(2^x)^2 - 2^x - 1 = 0$$

معادله به فرم معادله ی درجه دو است. تغییر متغیر $u = 2^x$ را انجام دهید. آن گاه $u^2 = (2^x)^2$ و معادله به فرم زیر خواهد بود:

$$u^2 - u - 1 = 0$$

حال از فرمول معادله ی درجه دو با $a = 1$, $b = -1$, $c = -1$ استفاده کنید:

$$u = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

حال عکس عمل تغییر را انجام داده و $2^x = u$ را قرار دهید و از طرفین لگاریتم بگیرید:

$$2^x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x \ln 2 = \ln \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x = \frac{\ln\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)}{\ln 2} \quad \text{یا} \quad \frac{\ln\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)}{\ln 2}$$

دقت کنید که چون $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ منفی است متعلق به دامنه ی تابع لگاریتم نمی باشد. بنابراین فقط جواب $x = \frac{\ln\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)}{\ln 2}$ یا به صورت تقریبی ۰/۶۹ قابل قبول می باشد.

سوال ۲

گزینه درست: null

$$\ln 5^{f-x} = \ln v^{3x+1}$$

$$(f-x) \ln 5 = (3x+1) \ln v$$

$$f \ln 5 - x \ln 5 = 3x \ln v + \ln v$$

$$f \ln 5 - \ln v = x \ln 5 + 3x \ln v$$

$$x = \frac{f \ln 5 - \ln v}{\ln 5 + 3 \ln v} \quad \text{جواب استخراج کنید:}$$

$$x \approx 0/60 \quad \text{جواب تقریبی:}$$

سوال ۳

گزینه درست: null

$$\left(\frac{1}{2V}\right)^{x-1} = 9^{x+1} \Rightarrow \left(\frac{1}{2V}\right)^{x-1} = 3^{2x+2} \Rightarrow 3^{3-3x} = 3^{2x+2} \\ \Rightarrow 3 - 3x = 2x + 2 \Rightarrow 5x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{5}$$

سوال ۴

گزینه درست: null

$$2^{2x-1} \geq \frac{1}{1024} \Rightarrow 2^{2x-2} \geq 2^{-10} \Rightarrow 2x-2 \geq -10 \Rightarrow x \geq -2 \quad (1)$$

$$9^{2x+2} < 81^2 \Rightarrow 9^{2x+2} < 9^4 \Rightarrow 2x+2 < 4 \Rightarrow x < 1 \quad (2)$$

حال بین (۱) و (۲) اشتراک می‌گیریم:

$$(1) \cap (2) = [-2, +\infty) \cap (-\infty, 1) = [-2, 1)$$

بازه $[-2, 1)$ شامل سه عدد صحیح -2 ، -1 ، و 0 می‌باشد.

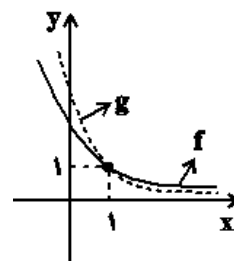
سوال ۵

گزینه درست: null

نمودار دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.

$$f(x) = 2^{1-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} = \left(\frac{2}{1}\right)^{x-1}$$

$$g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-2} = \left(\frac{2}{1}\right)^{2x-2} = \left(\frac{2}{1}\right)^{2(x-1)} = \left(\frac{4}{1}\right)^{x-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1}$$



با توجه به شکل در بازه $[0, +\infty)$ نمودار تابع f ابتدا پایین‌تر و سپس بالاتر از نمودار تابع g قرار دارد.

سوال ۶

گزینه درست: null

ابتدا پایه‌ها را یکسان می‌کنیم:

$$A = \sqrt{2}^{1/7} = \left(2^{1/2}\right)^{1/7} = 2^{1/14}$$

$$B = 2^{1/3}, \quad \frac{\sqrt{2}}{3} \simeq \frac{1/4}{3} \simeq 1/12$$

$$C = 8^{1/2} = (2^3)^{1/2} = 2^{3/2}$$

$$1/14 < \frac{\sqrt{2}}{3} < 1/12 \xrightarrow[\text{عوض نمی‌شود}]{\text{پایه بزرگتر از یک جهت}} 2^{1/14} < 2^{1/12} < 2^{3/2}$$

$$\Rightarrow A < B < C$$

سوال ۷

گزینه درست: null

$$f(1) = 16f(5) \xrightarrow{f(x)=a^{x-2}} a^{1-2} = 16a^{5-2} \Rightarrow a^{-1} = 16a^3 \Rightarrow \frac{1}{a} = 16a^3 \Rightarrow a^4 = \frac{1}{16} \xrightarrow{a>0} a = \frac{1}{2}$$

پس $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$ و داریم:

$$\xrightarrow[\text{تلفی با محور } y]{x=0} f(0) = \left(\frac{1}{2}\right)^{0-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 2^2 = 4$$

سوال ۸

گزینه درست: null

$$m(t) = A \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{n}} \Rightarrow m(200) = 256 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{200}{50}} = 256 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$= 2^8 \times 2^{-4} = 2^4 = 16$$

مقدار از بین رفته $= 256 - 16 = 240$

سوال ۹

گزینه درست: null

$$A(t) = ka^t \xrightarrow[\text{زمان شروع آزمایش}]{t=0} A(0) = ka^0 \Rightarrow A(0) = k$$

با توجه به صورت سؤال در شروع آزمایش تعداد ۴ سلول موجود است، بنابراین:

$$k = 4 \Rightarrow A(t) = 4a^t$$

$$\xrightarrow[\text{بعد از گذشت ۲ ساعت}]{A(2)=36} A(2) = 4a^2 \Rightarrow 36 = 4a^2$$

$$\Rightarrow a^2 = 9 \xrightarrow[a \neq 1]{a>0} a = 3 \Rightarrow A(t) = 4 \times 3^t$$

$$\xrightarrow[\text{تعداد سلول هر ۲۹۱۶}]{\text{ساعت } t \text{ بعد از گذشت}} A(t) = 2916 \Rightarrow 4 \times 3^t = 2916 \Rightarrow 3^t = 729$$

$$\Rightarrow t = 6$$

* توجه: $a > 0$ زیرا تعداد سلول‌ها نمی‌تواند عددی منفی باشد.

سوال ۱۰

گزینه درست: null

$$\begin{cases} (0, 3) \in f \Rightarrow 3 = 3^{0-a} + b \\ (1, 9) \in f \Rightarrow 9 = 3^{1-a} + b \end{cases}$$

$$\xrightarrow[\text{تفاضل رابطه بالایی از پایینی}]{} 6 = 3(3^{-a}) - (3^{-a})$$

$$= 2(3^{-a}) \Rightarrow 3^{-a} = 3 \Rightarrow a = -1$$

پس از جای‌گذاری در $3 = 3^1 + b$ نتیجه می‌گیریم: $b = 0$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{-a\pi}{3}\right) + b = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + b = \frac{\sqrt{3}}{2} + 0 = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}(\sqrt{3})$$

سوال ۱۱

گزینه درست: null

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{5-3x} < 2^{4x+11} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{10-6x} < 2^{4x+11}$$

$$\Rightarrow 2^{-10+6x} < 2^{4x+11} \Rightarrow -10+6x < 4x+11$$

$$\Rightarrow 2x < 21 \Rightarrow x < \frac{21}{2}$$

اعداد طبیعی ۱، ۲، ...، ۱۰ در این بازه قرار دارند.

سوال ۱۲

گزینه درست: null

می‌دانیم $2^2 = 2^{\sqrt{2}}$ و $2^3 = 2^{\sqrt{3}}$ پس دو عدد $2^{\sqrt{2}}$ و $2^{\sqrt{3}}$ بین دو عدد 2^2 و 2^3 می‌باشند.

$$2^2 = 2^{\sqrt{2}} < 2^{\sqrt{3}} < 2^{\sqrt{4}} < 2^{\sqrt{5}} = 2^3$$

$$2^{\pi} \simeq 2^{3.14} > 2^3 \quad \text{X}$$

$$2^{\frac{3}{2}} = 2^{1.5} < 2^2 \quad \text{X}$$

سوال ۱۳

گزینه درست: null

طبق نمودار، عرض از مبدأ و طول از مبدأ نمودار تابع $y = a - 2^{x-b}$ به ترتیب از راست به چپ برابر با $\frac{3}{2}$ و ۱ است، پس نقاط به مختصات $(0, \frac{3}{2})$ و $(1, 0)$ در ضابطه تابع صدق می‌کنند:

$$y = a - 2^{x-b} \xrightarrow{(0, \frac{3}{2})} \frac{3}{2} = a - 2^{0-b}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} = a - 2^{-b} \quad (1)$$

$$y = a - 2^{x-b} \xrightarrow{(1, 0)} 0 = a - 2^{1-b}$$

$$\Rightarrow a = 2^{1-b} \Rightarrow a = 2 \times 2^{-b} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{3}{2} = 2 \times 2^{-b} - 2^{-b} \Rightarrow \frac{3}{2} = 2 \times 2^{-b}$$

$$\Rightarrow 2^{-b} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = 1, a = 2 \times 2^{-1} = 1$$

پس $a + b = 2$ است.

سوال ۱۴

گزینه درست: null



با توجه به این‌که نمودار $y = a^x$ با شرط $a > 1$ به صورت است و نمودار ۲ واحد به بالا منتقل شده است. پس $-b=2$ و در نتیجه $b=-2$ است.

$$f(0) = a^2 + 2 = 6 \xrightarrow{a>1} a = 2 \Rightarrow f(x) = 2^{x+2} + 2$$

$$\Rightarrow f(1) = 2^{1+2} + 2 = 10$$

سوال ۱۵

گزینه درست: null

چون تابع نمایی g روند کاهشی دارد پس پایه آن باید بین صفر و یک باشد و از سوی دیگر چون نمودار g در x های مثبت زیر تابع f قرار گرفته است بنابراین باید پایه آن از $\frac{1}{3}$ کوچکتر باشد. بنابراین:

$$0 < \frac{a-2}{3} < \frac{1}{3} \xrightarrow{\times 3} 0 < a-2 < 1 \Rightarrow 2 < a < 3$$

سوال ۱۶

گزینه درست: null

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$y = 2^{-x+2} - 3 \times 2^{-2x+3} + 9$$

$$= 2^{-x} \times 2^2 - 3 \times 2^{-2x} \times 2^3 + 9$$

$$= 16 \times 2^{-x} - 24 \times (2^2)^{-x} + 9$$

$$= 16 \times 2^{-x} - 24 \times 2^{-x} + 9 = -8 \times 2^{-x} + 9$$

$$\Rightarrow y = -8\left(\frac{1}{2}\right)^x + 9$$

به ازای $x = 0$ ، عرض از مبدأ نمودار به دست می‌آید:

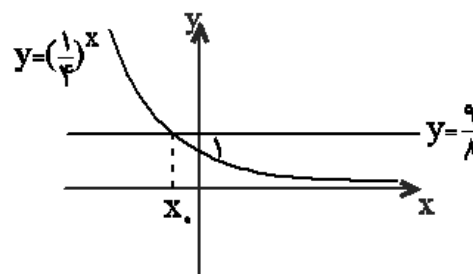
$$y = -8\left(\frac{1}{2}\right)^x + 9 \xrightarrow{x=0} y = -8\left(\frac{1}{2}\right)^0 + 9 = -8 + 9 = 1$$

همچنین به ازای $y = 0$ ، طول از مبدأ نمودار به دست می‌آید:

$$y = -8\left(\frac{1}{2}\right)^x + 9 \xrightarrow{y=0} 0 = -8\left(\frac{1}{2}\right)^x + 9$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{9}{8} \quad (1)$$

مطابق شکل، نمودار تابع $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ، خط $y = \frac{9}{8}$ را در $x_0 < 0$ قطع می‌کند، پس مقدار x در معادله (۱) عددی منفی است.



در نتیجه نمودار تابع $y = -8\left(\frac{1}{2}\right)^x + 9$ ، محور x ها را در نقطه‌ای به طول منفی و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض مثبت قطع می‌کند.

سوال ۱۷

گزینه درست: null

$$Q(t) = 100(2^t) \quad \text{الف}$$

$$Q(5) = 100(2^5) = 3200 \quad \text{ب) میلی گرم}$$

$$Q(t) = 100(2^t) = 1600 \rightarrow 2^t = 16 \rightarrow t = 4 \quad \text{پ) بعد از ۴ ساعت به ۱۶۰۰ میلیگرم می رسد}$$

سوال ۱۸

گزینه درست: null

$$f(x+2) - 2f(x+1) = 3^{x+2} - 2 \times 3^{x+1}$$

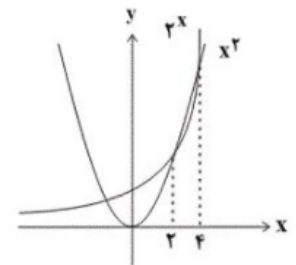
$$= 3^x \times 3^2 - 2 \times 3^x \times 3^1$$

$$= 9 \times 3^x - 6 \times 3^x = 3 \times 3^x = 3f(x)$$

سوال ۱۹

گزینه درست: null

نمودار توابع $y = x^2$ و $y = 2^x$ را در یک دستگاه مختصات رسم می کنیم.



مطابق شکل برای x های مثبت در فاصله $[2, 4]$ نمودار تابع $y = x^2$ بالاتر یا مساوی با نمودار $y = 2^x$ قرار می گیرد که شامل ۳ عدد طبیعی است.

سوال ۲۰

گزینه درست: null

$$g(x) = 83 \Rightarrow 3^{x-1} + 2 = 83 \Rightarrow 3^{x-1} = 81$$

$$\Rightarrow 3^{x-1} = 3^4 \Rightarrow x-1 = 4 \Rightarrow x = 5$$

سوال ۲۱

گزینه درست: null

$$\left. \begin{array}{l} \text{اولا : } x > 0 \\ \text{ثانیا : } \log_{\frac{1}{3}} x \geq 0 \Rightarrow x \leq \left(\frac{1}{3}\right)^0 \Rightarrow x \leq 1 \end{array} \right\} \xrightarrow{\cap} D_f = (0, 1]$$

در نتیجه $b = 1$ است و چون $f(1) = 0$ است، پس $b = 1 = f^{-1}(0)$ است.

سوال ۲۲

گزینه درست: null

الف) ۳

ب) $\frac{1}{3}$

گزینه درست: null

سوال ۲۳

$$\log_{\Delta}^{\gamma} = \log_{\Delta}^{\Gamma} + \log_{\Delta}^{\Delta} \Rightarrow \frac{1}{a} = 1 + \gamma \log_{\Delta}^{\gamma}$$

$$\Rightarrow \gamma \log_{\Delta}^{\gamma} = \frac{1}{a} - 1 \Rightarrow \log_{\Delta}^{\gamma} = \frac{1-a}{\gamma a}$$

$$\log_{\sqrt{\Delta}}^{\Lambda} = \log_{\frac{1}{\Delta}}^{\frac{\gamma}{\gamma}} = \frac{\gamma}{\frac{1}{\Delta}} \log_{\Delta}^{\gamma} = \gamma \log_{\Delta}^{\gamma} = \gamma \left(\frac{1-a}{\gamma a} \right) = \frac{\gamma - \gamma a}{a}$$

گزینه درست: null

سوال ۲۴

بنابر ویژگی‌های لگاریتم، می‌دانیم $\log_a^1 = 0$ است. لذا داریم:

$$\gamma \log \sqrt{\gamma} m - \log 1 = \gamma \log \gamma + \log(m+1)$$

$$\Rightarrow \log \gamma m^{\gamma} = \log \lambda + \log(m+1)$$

$$\Rightarrow \log \gamma m^{\gamma} = \log \lambda(m+1) \Rightarrow m^{\gamma} - \gamma m - \gamma = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = \gamma - \gamma\sqrt{\gamma} \\ m = \gamma + \gamma\sqrt{\gamma} \end{cases} \text{ (غ ق)}$$

در نتیجه تنها مقدار ممکن برای m ، $\gamma + \gamma\sqrt{\gamma}$ است.

گزینه درست: null

سوال ۲۵

$$f(\gamma) = \gamma \Rightarrow \gamma^{\gamma a + b} = \gamma \Rightarrow \gamma a + b = 1$$

$$f^{-1}(1) = \gamma \Rightarrow f(\gamma) = 1 \Rightarrow \gamma^{\lambda a + b} = 1 \Rightarrow \lambda a + b = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \gamma a + b = 1 \\ \lambda a + b = 0 \end{cases}$$

از حل دستگاه دو معادله، دو مجهول به دست آمده مقادیر a و b را می‌یابیم.

$$-1 \times \begin{cases} (\gamma a + b = 1) \\ (\lambda a + b = 0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\gamma a - b = -1 \\ \lambda a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \gamma a = -1$$

$$\Rightarrow a = \frac{-1}{\gamma}, b = \gamma$$

بنابراین $f(x) = \gamma^{\gamma(-\frac{1}{\gamma})x + \gamma}$ و همچنین داریم:

$$\log_{\gamma\gamma}^{f(x)} = \log_{\gamma^{\gamma}}^{\gamma^{\gamma a x + b}} = \frac{\gamma a x + b}{\gamma} \log_{\gamma^{\gamma}}^{\gamma} = \frac{\gamma a x + b}{\gamma}$$

$$\xrightarrow{x=-\gamma} \log_{\gamma\gamma}^{f(-\gamma)} = \frac{\gamma(-\frac{1}{\gamma})(-\gamma) + \gamma}{\gamma} = \frac{\gamma + \gamma}{\gamma} = \frac{\gamma}{\gamma}$$

گزینه درست: null

سوال ۲۶

بنابر ویژگی‌های لگاریتم، می‌دانیم $\log_a^1 = 0$ است. لذا داریم:

$$\gamma \log \sqrt{\gamma} m - \log 1 = \gamma \log \gamma + \log(m+1)$$

$$\Rightarrow \log \gamma m^{\gamma} = \log \lambda + \log(m+1)$$

$$\Rightarrow \log \gamma m^{\gamma} = \log \lambda(m+1) \Rightarrow m^{\gamma} - \gamma m - \gamma = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = \gamma - \gamma\sqrt{\gamma} \\ m = \gamma + \gamma\sqrt{\gamma} \end{cases} \text{ (غ ق)}$$

در نتیجه تنها مقدار ممکن برای m ، $\gamma + \gamma\sqrt{\gamma}$ است.

سوال ۲۷

گزینه درست: null

باید معادله $f(n) = ۷۰$ را حل کنیم:

$$f(n) = ۷۰ \Rightarrow ۱۰۰ - ۹۰(۲^{-۰/۴n}) = ۷۰ \Rightarrow ۹۰(۲^{-۰/۴n}) = ۳۰$$

$$\Rightarrow ۲^{-۰/۴n} = \frac{1}{۳}$$

از طرفین این معادله، لگاریتم در مبنای ۲ می گیریم:

$$\log_r^{۲^{-۰/۴n}} = \log_r^{\frac{1}{۳}} \Rightarrow -۰/۴n(\log_r^۲) = \log_r^{۳^{-1}}$$

$$\Rightarrow -۰/۴n = -\log_r^۲ \xrightarrow{\log_r^۲=1/۴} -۰/۴n = -1/۴ \Rightarrow n = ۴$$

بعد از ۴ آزمون به درصد ۷۰ می رسد.

سوال ۲۸

گزینه درست: null

$$۲۱۶۰ = ۲۷ \times ۸ \times ۱۰ = ۳^۳ \times ۲^۳ \times ۱۰$$

$$\log ۲۱۶۰ = \log(۳^۳ \times ۲^۳ \times ۱۰) = \log ۳^۳ + \log ۲^۳ + \log ۱۰$$

$$= ۳ \log ۳ + ۳ \log ۲ + 1 \simeq ۳ \times ۰/۴۸ + ۳ \times ۰/۳ + 1 = 1/۴۴ + ۰/۹ + 1 = ۳/۳۴$$

سوال ۲۹

گزینه درست: null

$$\log(x+۳) = ۲ \log ۲ + \log(x-۳) \Rightarrow \log(x+۳) - \log(x-۳) = \log ۲^۲$$

$$\Rightarrow \log \frac{x+۳}{x-۳} = \log ۴ \Rightarrow \frac{x+۳}{x-۳} = ۴$$

$$\Rightarrow x+۳ = ۴x-۱۲ \Rightarrow x = ۵$$

$$\log_{\sqrt{x}}^{(۴x+۵)} \xrightarrow{x=۵} \log_{\sqrt{۵}}^{۲۵} = \log_{\frac{1}{\sqrt{۵}}}^{۲۵}$$

$$= \frac{۲}{\frac{1}{\sqrt{۵}}} \log_{\frac{1}{\sqrt{۵}}}^{۵} = ۴ \times ۱ = ۴$$

سوال ۳۰

گزینه درست: null

با توجه به عبارت $\log_F^x$ ، باید $x > ۰$ باشد. از طرفی عبارت زیر رادیکال را بزرگتر یا مساوی صفر قرار می دهیم:

$$1 + ۲ \log_F^x \geq ۰ \Rightarrow \log_F^x \geq -\frac{1}{۲} \xrightarrow{\log_F^x = -\frac{1}{۲}} \log_F^x \geq \log_F^{\frac{1}{۲}}$$

$$\xrightarrow{\text{پایه لگاریتم بزرگتر از یک است}} x \geq ۴^{-\frac{1}{۲}} \Rightarrow x \geq \frac{1}{۲}$$

پس دامنه تابع f بازه‌ی $(\frac{1}{۲}, +\infty)$ است.

سوال ۳۱

گزینه درست: null

با توجه به وجود لگاریتم، داریم:

$$\log(x^2 - 3x) : x^2 - 3x > 0 \Rightarrow x(x - 3) > 0$$

$$\Rightarrow x < 0 \text{ یا } x > 3 \quad (*)$$

با توجه به وجود رادیکال با فرجه زوج، باید عبارت زیر رادیکال، بزرگتر یا مساوی صفر باشد:

$$1 - \log(x^2 - 3x) \geq 0 \Rightarrow \log(x^2 - 3x) \leq 1$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x \leq 10^1 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x - 5)(x + 2) \leq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 5 \quad (**)$$

از اشتراک (*) و (**) خواهیم داشت:

$$D_f = [-2, 0) \cup (3, 5]$$

سوال ۳۲

گزینه درست: null

اولاً برای آن که لگاریتم معنی داشته باشد، باید $x > 0$ (۱)

ثانیاً باید زیر رادیکال با فرجه زوج در مخرج کسر، بزرگتر از صفر باشد، یعنی:

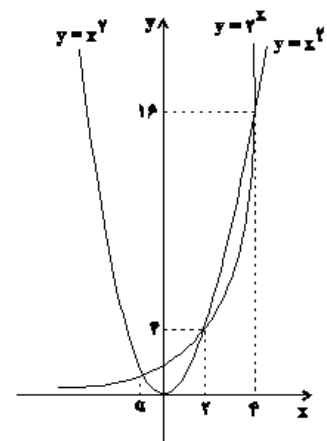
$$x^2 - 2^x > 0 \Rightarrow x^2 > 2^x$$

که با توجه به نمودارهای توابع $y = x^2$ و $y = 2^x$ قسمت‌هایی قابل قبول است که نمودار تابع $y = x^2$ بالای نمودار تابع $y = 2^x$ قرار گیرد، یعنی:

$$(-\infty, \alpha) \cup (2, 4) \quad (2)$$

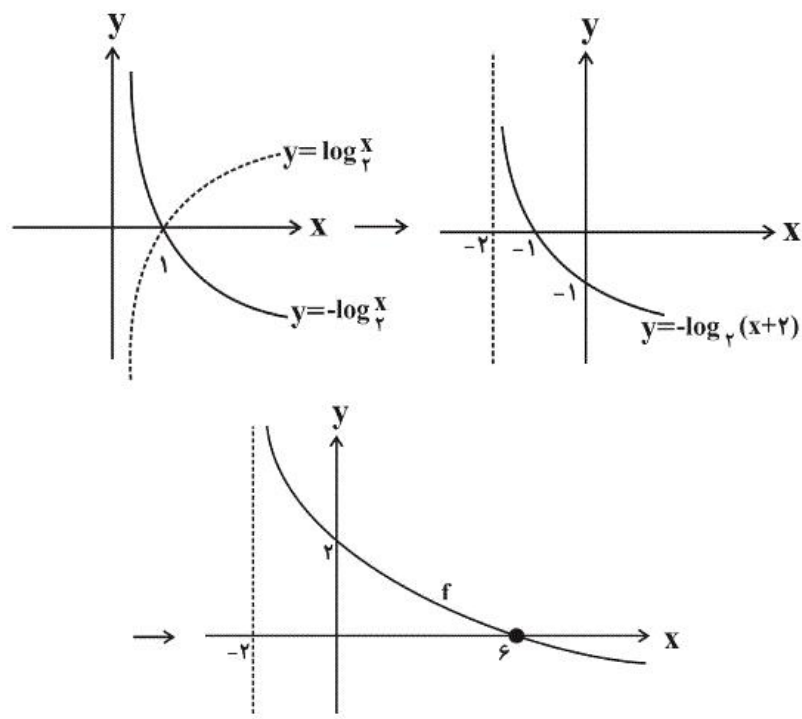
$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} D_f = (2, 4)$$

که در این بازه فقط عدد ۳، عدد صحیح می‌باشد، پس گزینه «۱» درست است.



سوال ۳۳

گزینه درست: null



سوال ۳۴

گزینه درست: null

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{x^2}}(x+3) &= 1 + \log_x(2x+6) \\ \Rightarrow \log_x(x+3)^2 &= \log_x x + \log_x(2x+6) \\ \Rightarrow \log_x(x^2+6x+9) &= \log_x x + \log_x(2x+6) \\ \Rightarrow x^2+6x+9 &= x(2x+6) \Rightarrow x^2+6x+9 = 2x^2+6x \\ \Rightarrow x^2 &= 9 \Rightarrow x = \pm 3 \end{aligned}$$

توجه کنید که $x=3$ قابل قبول نمی باشد. چون جزء دامنه ی معادله نیست.

$$\xrightarrow{x=3} \log_{3^2} \sqrt[3]{x} = \log_{3^2} \sqrt[3]{3} = \log_{3^2} 3^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_{3^2} 3 = \frac{1}{12}$$

سوال ۳۵

گزینه درست: null

$$\begin{aligned} f(x) &= a - \log_3(bx+1) \\ f(0) &= 1 \Rightarrow a - \log_3 1 = 1 \xrightarrow{\log_3 1 = 0} a = 1 \\ f(x) &= 1 - \log_3(bx+1) \\ f(1) &= 0 \xrightarrow{f(1)=0} 1 - \log_3(b+1) = 0 \\ \Rightarrow \log_3(b+1) &= 1 \Rightarrow b+1 = 3 \Rightarrow b = 2 \\ a \times b &= 1 \times 2 = 2 \end{aligned}$$

سوال ۳۶

گزینه درست: null

نقطه (۲ و ۴) در تابع $f(x) = \log_a^x$ صدق می‌کند.بنابراین: $f(۴) = \log_a^۴ = ۲$

$$\Rightarrow a^۲ = ۴ \Rightarrow \begin{cases} a = ۲ \text{ قی} \\ a = -۲ \text{ غی} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{a=۲} ۴^{\log_{a+۲} a+1} = ۴^{\log_۴ ۳} = ۳$$

سوال ۳۷

گزینه درست: null

نسبت‌ها را کمی ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\sin \frac{۴\pi}{۵} = \sin(\pi - \frac{\pi}{۵}) = \sin \frac{\pi}{۵}$$

$$\cos ۳۲۴^\circ = \cos(۳۶^\circ - ۳۶^\circ) = \cos ۳۶^\circ$$

با تبدیل $\frac{\pi}{۵}$ رادیان به درجه داریم:

$$\frac{D}{۱۸^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{D}{۱۸^\circ} = \frac{\frac{\pi}{۵}}{\pi} \Rightarrow D = ۳۶^\circ$$

$$\sin \frac{\pi}{۵} = \sin ۳۶^\circ \quad \text{پس:}$$

با جای گذاری در معادله، داریم:

$$\log(\sin ۳۶^\circ) - \log(\cos ۳۶^\circ) + \log A = ۰ \Rightarrow \log\left(\frac{\sin ۳۶^\circ}{\cos ۳۶^\circ} \times A\right) = ۰$$

$$\Rightarrow \log(\tan ۳۶^\circ \times A) = ۰ \Rightarrow \tan ۳۶^\circ \times A = ۱۰^0 = ۱$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{\tan ۳۶^\circ} = \cot ۳۶^\circ = \tan ۵۴^\circ$$

سوال ۳۸

گزینه درست: null

$$(۳^x)^۲ - ۲(۳^x) + ۱ = ۰ \xrightarrow{۳^x=t} t^۲ - ۲t + ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow t = ۱ \Rightarrow ۳^x = ۱ \Rightarrow x = ۰$$

$$\log_{۸۱} 9\sqrt{۳} = \log_{۳^۴} (۳^۲ \times ۳^{\frac{1}{2}}) = \log_{۳^۴} ۳^{\frac{۵}{۲}}$$

$$= \frac{\frac{۵}{۲}}{\frac{۴}{1}} \log_{۳} ۳ = \frac{۵}{۸} = \frac{y}{۸} \Rightarrow y = ۵$$

$$\Rightarrow \log_{(x+y)} ۵y = \log_{(۰+۵)} ۵ \times ۵ = \log_۵ ۲۵ = ۲$$

سوال ۳۹

گزینه درست: null

$$D_{fog} = \{x \in D_g | g(x) \in D_f\}$$

$$= \{x \in \{-1, 0, \frac{5}{3}, 2\} | g(x) > \frac{1}{3}\}$$

از طرفی $D_f = (\frac{1}{3}, +\infty)$ است. بنابراین از بین اعضای دامنه تابع g ، فقط مقدار $g(2)$ در دامنه تابع $f(x)$ قرار دارد؛ بنابراین دامنه $fog(x)$ فقط عضو $x=2$ را دارد؛ در نتیجه داریم:

$$fog(2) = f(1) = \log 2 \simeq 0.3 \Rightarrow fog = \{(2, 0.3)\}$$

سوال ۴۰

گزینه درست: null

$$(3^x)^2 - 2(3^x) + 1 = 0 \xrightarrow{3^x=t} t^2 - 2t + 1 = 0$$

$$\Rightarrow t = 1 \Rightarrow 3^x = 1 \Rightarrow x = 0$$

$$\log_{81} 9\sqrt{3} = \log_{3^4} (3^2 \times 3^{\frac{1}{2}}) = \log_{3^4} 3^{\frac{5}{2}}$$

$$= \frac{\frac{5}{2}}{4} \log_3 3 = \frac{5}{8} = \frac{y}{8} \Rightarrow y = 5$$

$$\Rightarrow \log_{(x+y)} 5y = \log_{(+5)} 5 \times 5 = \log_5 25 = 2$$

سوال ۴۱

گزینه درست: null

با توجه به اکیدا صعودی بودن $\log(x+1) \leq \log(2x-3) \xrightarrow{\text{با توجه به اکیدا صعودی بودن}} x+1 \leq 2x-3 \Rightarrow x \geq 4$

سوال ۴۲

گزینه درست: null

$$\log y = 2 \log 3 + \log x \Rightarrow \log y = \log(3^2 x)$$

$$\Rightarrow y = 3^2 x \Rightarrow y = 9x \quad (*)$$

$$2^{x-7} \times 4^{x+y} = 2^{x-7} \times (2^2)^{x+y} = 2^0$$

$$\Rightarrow (x-7) + 2(x+y) = 0 \Rightarrow 3x + 2y = 7 \quad (**)$$

حل دستگاه $\xrightarrow{\text{حل دستگاه}} x = \frac{1}{3}, y = 3$

$$(*), (**) \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} x = \frac{1}{3}, y = 3$$

سوال ۴۳

گزینه درست: null

$$f(x) = a + \log_v^{(bx-1)} \xrightarrow{x=3} f(3) = a + \log_v^{3b-1} = 10$$

$$\xrightarrow{x=43} f(43) = a + \log_v^{43b-1} = 14$$

$$\xrightarrow{\text{از هم کم می کنیم.}} \log_v^{(43b-1)} - \log_v^{(3b-1)} = 4$$

$$\Rightarrow \log_v \frac{(43b-1)}{(3b-1)} = 4 \Rightarrow \frac{43b-1}{3b-1} = 16$$

$$\Rightarrow 43b-1 = 48b-16 \Rightarrow 15 = 5b \Rightarrow b = 3$$

$$\Rightarrow a + \log_v^4 = 10 \Rightarrow a + 3 = 10 \Rightarrow a = 7$$

$$(7-3) \log_{v-3}^{v+1} = 4 \log_v^4 = 4 \log_v^{v^4} = 4 \times \left(\frac{3}{v}\right) = 6$$

سوال ۴۴

گزینه درست: null

$$\log E = 11/\lambda + 1/5M \xrightarrow{M=5} \log E = 11/\lambda + 7/5 = 19/3 \rightarrow E = 10^{19/3}$$

با فرض $\log^2 = 5/3$ ، داریم: $10^{5/3} = 2$

پس:

$$E = 10^{19/3} = 10^{19} \times \underbrace{10^{5/3}}_2 = 2 \times 10^{19}$$

سوال ۴۵

گزینه درست: null

$$\log(v^x + \lambda) = \log v + x \log v = \log v + \log v^x$$

$$= \log^{v \times v^x} = \log^{v^{x+1}} \Rightarrow \log(v^x + \lambda) = \log v^{x+1}$$

$$\Rightarrow v^x + \lambda = v^{x+1} \Rightarrow \lambda = v^{x+1} - v^x \Rightarrow \lambda = v^x(v-1) \Rightarrow x = 3$$

$$\frac{\log_v^3 + 3}{\log_v^x + 1} = \frac{\log_v^3 + 3}{\log_v^x + 1} = \frac{4}{2} = 2$$

سوال ۴۶

گزینه درست: null

با استفاده از قانون $\log_a^b = b$ ، خواهیم داشت:

$$\log_\Delta(\sqrt{125})^3 = \log_\Delta(\Delta^{\frac{3}{2}})^3 = \log_\Delta(\Delta)^{\frac{9}{2}}$$

$$= \frac{9}{2} \log_\Delta \Delta = 4.5$$

سوال ۴۷

گزینه درست: null

$$3^x = t \Rightarrow t^2 - 7t + 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3^x = 2 \Rightarrow x_1 = \log_3 2 \\ 3^x = 5 \Rightarrow x_2 = \log_3 5 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = \log_3 2 + \log_3 5 = \log_3 10$$

سوال ۴۸

گزینه درست: null

$$\log_{10} 35 = \log_{10} \frac{3^5}{10} = \log_3 5 - \log_{10} 10 = \log_3 5 - 1$$

$$= \log 5 - \log 3 - 1 \Rightarrow \log_{10} 35 = b - a - 1$$

سوال ۴۹

گزینه درست: null

با استفاده از خواص لگاریتم داریم:

$$A = \log_{\frac{1}{9}} \sqrt[3]{\frac{1}{9}} = \log_{\frac{1}{9}} \frac{1}{9} + \log_{\frac{1}{9}} \sqrt[3]{\frac{1}{9}} = \log_{\frac{1}{9}} \frac{1}{9} + \log_{\frac{1}{9}} \frac{1}{9^{\frac{1}{3}}}$$

$$= -\frac{1}{9} \log_9 \frac{1}{9} + \frac{1}{9} \log_9 \frac{1}{9^{\frac{1}{3}}} \xrightarrow{\log_9 \frac{1}{9} = -\frac{2}{9}} A = -\frac{1}{9} \left(-\frac{2}{9} \right) - \frac{1}{9} = -\frac{1}{9} - \frac{1}{9} = -\frac{2}{9}$$

سوال ۵۰

گزینه درست: null

$$\log_3 (3 - x) - \log_3 (x + 4) = 1 \Rightarrow \log_3 \left(\frac{3 - x}{x + 4} \right) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{3 - x}{x + 4} = 3 \Rightarrow 3 - x = 3x + 12 \Rightarrow 3x = -9 \Rightarrow x = -3$$

$$\text{محور تقارن سهمی: } x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = \frac{m-2}{6} = -\frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow m - 2 = -10 \Rightarrow m = -8$$

سوال ۵۱

گزینه درست: null

$$x = (\log_3 3)^{\log_3 3} = \left(\frac{1}{3} \log_3 3 \right)^{\log_3 3} = \left(\frac{1}{3} \right)^3 = 3^{-3}$$

$$\Rightarrow \log_3 x = \log_3 3^{-3} = -3 \log_3 3 = -3$$

سوال ۵۲

گزینه درست: null

$$\text{ریشتر } ۸ : \log E_1 = 11/۸ + 1/۵ \times ۸$$

$$\text{ریشتر } ۶ : \log E_2 = 11/۸ + 1/۵ \times ۶$$

$$\log E_1 - \log E_2 = 1/۵ \times ۸ - 1/۵ \times ۶$$

مقادیر را از هم کم می‌کنیم:

$$\Rightarrow \log \frac{E_1}{E_2} = 2 \times 1/۵ = 3 \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = 10^3 = 1000$$

سوال ۵۳

گزینه درست: null

باید معادله $f(n) = 70$ را حل کنیم:

$$f(n) = 70 \Rightarrow 100 - 90(2^{-0.4n}) = 70 \Rightarrow 90(2^{-0.4n}) = 30$$

$$\Rightarrow 2^{-0.4n} = \frac{1}{3}$$

از طرفین این معادله لگاریتم در مبنای ۲ می‌گیریم:

$$\log_2^{2^{-0.4n}} = \log_2^{\frac{1}{3}} \Rightarrow -0.4n(\log_2 2) = \log_2 3^{-1} \Rightarrow -0.4n = -\log_2 3$$

$$\xrightarrow{\log_2 3 \approx 1/6} -0.4n = -1/6 \Rightarrow n = 4$$

سوال ۵۴

گزینه درست: null

عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\left\lfloor \log_3 \frac{9}{8^2} \right\rfloor = \left\lfloor \log_3 9 - \log_3 8^2 \right\rfloor = \left\lfloor 2 - \log_3 8^2 \right\rfloor = 2 + \left\lfloor -\log_3 8^2 \right\rfloor$$

حالا مقدار جزء صحیح را حساب می‌کنیم:

$$3^4 < 8^2 < 3^5 \Rightarrow 4 < \log_3 8^2 < 5 \Rightarrow -5 < -\log_3 8^2 < -4$$

$$\Rightarrow \left\lfloor -\log_3 8^2 \right\rfloor = -5$$

حالا مقدار به دست آمده را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$2 + \left\lfloor -\log_3 8^2 \right\rfloor = 2 + (-5) = -3$$

سوال ۵۵

گزینه درست: null

از دو طرف تساوی، لگاریتم در پایه ۳ می‌گیریم:

$$\log_3^{x \log_3^x} = \log_3^{27} \Rightarrow \log_3^x \times \log_3^x = 3$$

$$\Rightarrow \log_3^x = \sqrt{3} \text{ یا } \log_3^x = -\sqrt{3}$$

سوال ۵۶

گزینه درست: null

$$\log x = \sqrt{\log x^y - 12} \Rightarrow (\log x)^2 = \log x^y - 12$$

$$\Rightarrow (\log x)^2 = y \log x - 12 \Rightarrow (\log x)^2 - y \log x + 12 = 0$$

$$\Rightarrow (\log x - 3)(\log x - 4) = 0 \Rightarrow \log x = 3 \text{ یا } \log x = 4$$

$$x_1 = 10^3, \quad x_2 = 10^4 \Rightarrow x_2 - x_1 = 10^4 - 10^3 = 10000 - 1000 = 9000$$

سوال ۵۷

گزینه درست: null

$$A = \log \frac{(\Delta - 2\sqrt{6})}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \log \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}\right)} = 2 \log \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = 2$$

سوال ۵۸

گزینه درست: null

باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} x-1 > 0 \Rightarrow x > 1 \\ x+2 > 0 \Rightarrow x > -2 \\ 5-x > 0 \Rightarrow x < 5 \\ 5-x \neq 1 \Rightarrow x \neq 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 1 < x < 5, x \neq 4$$

$$\log_{5-x}^{x-1} + \log_{5-x}^{x+2} = \log_{5-x}^{(x-1)(x+2)} = \log_{5-x}^4$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+2) = 4 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 4$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (x+3)(x-2) = 0 \Rightarrow x = -3 \text{ یا } x = 2$$

جواب $x = -3$ قابل قبول نیست.

سوال ۵۹

گزینه درست: null

$$\log E = 11/8 + 1/5 M \Rightarrow \log E = 11/8 + 1/5 \times (2/8) = 16$$

$$\Rightarrow E = 10^{16} \text{ Erg}$$

سوال ۶۰

گزینه درست: null

با ساده‌سازی تابع داده شده داریم:

$$y = -\log_{\frac{1}{2}}^{(x-1)} = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}^{(x-1)} \Rightarrow y = \log_2^{(x-1)}$$

